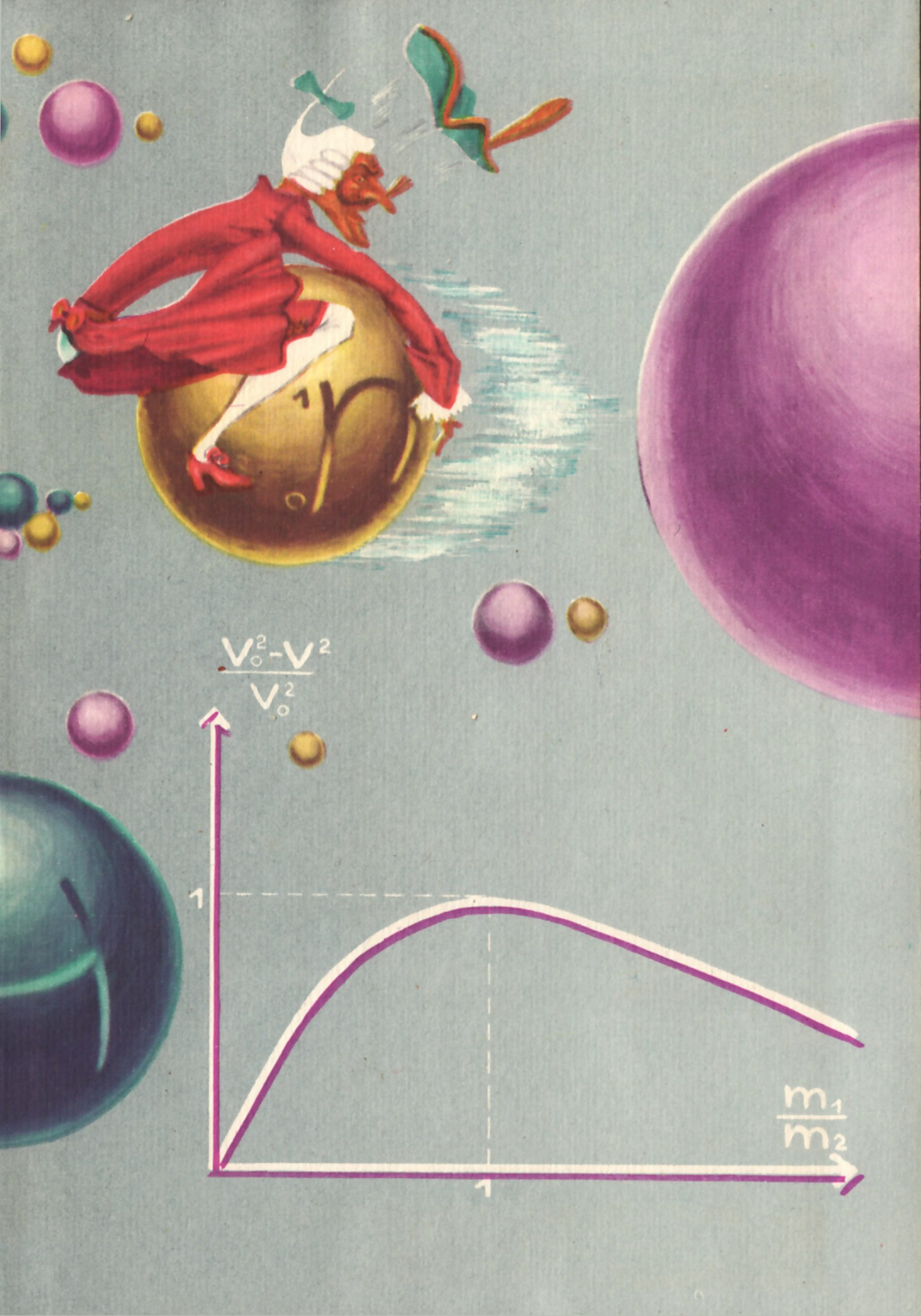
М.К. КОЛПАӁИУ

Сэ ынцелеӂем корект ФИЗИКА



$\frac{V_0^2 - V^2}{V_0^2}$
1
1
$\frac{m_1}{m_2}$

М. К. КОЛПАЖИУ

СЭ ЫНЦЕЛЕЖЕМ КОРЕКТ ФИЗИКА

КИШИНЭУ «ЛУМИНА» 1982

22.3
К 61

Рецензенць:
М. Е. Маринчук
щи А. С. Сибирский

Рекомандатэ де Консилиул методико-штиинцифик ал Министерулуй Ынвэцэмынтулуй дин РСС Молдовеняскэ

К $\frac{60501-210}{М752(12)-82}$ 138—82 4306010000

© Едитура «Лумина», 1982.

Кэтре чититорь

Дакэ Д-воастрэ аць хотэрыт сэ вэ адынчиць куноштинцеле ын домениул физичий, читиць ачастэ карте. Дупэ ачаста студияць дин ноу мануалеле де физикэ, кондукынду-вэ де афоризмул преферат ал луй Курчатов: «ай ынкредере, дар тотуш верификэ» (ачаста се реферэ ши ла картя датэ). Атитудиня критикэ фацэ де челе читите ын мануале ва скоате ын евиденцэ о мулциме де ынтребэрь. Кэутаря унуй рэспунс корект ла ачесте ынтребэрь ва контрибуи ла ынсуширя конштиентэ ши профундэ а физичий.

Де екземплу, кынд се студиязэ модераря неутронилор се афирмэ, кэ ла чокниря еластикэ а сферелор ку ачеяш масэ аре лок трансмитеря максимэ а енержией чинетиче. Верификаря ачестуй лукру есте експусэ ын ултимул капитол ал кэрций дате.

Унеорь резултатул верификэрий материей студияте поате сэ вэ кондукэ ла контрадикцие ку челе читите ын унеле кэрць ши ну е ексклусэ посибилитатя ка ануме Д-воастрэ сэ авець дрептате. Де екземплу, ын унеле кэрць ла компартиментул «Чинематика» путем ынтылни афирмация: «Дакэ дименсиуниле унуй корп сынт мичь ын компарацие ку дистанца паркурсэ де ел, ачест корп поате фи консидерат пункт материал».

Ынсэ ын унеле казурь конкрете ситуация поате фи инверсэ. О роатэ ку раза де 0,1 м, паркургынд о дистанцэ де 20 м, ну поате фи консидератэ пункт материал, яр ун куб ку латура де 20 м, паркургынд о дистанцэ де 0,1 м, поате фи консидерат пункт материал. Резолваря ачестей контрадикций (§ 5) нечеситэ о дефиниции май коректэ а пунктулуй материал.

Амбеле екземпле експримэ о партикуларитате импортантэ а физичий: тоате компартиментеле ей сынт легате ынтре еле (ын екземплеле дате — чинематика ку динамика, динамика ку физика нуклеулуй атомик).

Асупра кончинутулуй ынтрежий кэрць с'а рефлектат грижа ауторулуй фацэ де нумероаса категорие де чититорь — де абитуриенць. Дин ачастэ каузэ презента карте ынтр'о мэсурэ

оарекаре е неоможенэ — унеле ынтребэрь дифичиле сынт урмате де ынтребэрь май симпле, дар импортанте пентру абитуриенць.

Ауторул сперэ кэ презента карте ва фи чититэ ку интерес ну нумай де елевий класелор супериоаре, абитуриенць, аскултэторь ай курсурилор прегэтитоаре, чи ши де студенць ши ынвэцэторь.

Ауторул ышь експримэ адынка рекуноштинцэ лекторилор М. Е. Маринчук, А. С. Сибирский, Ш. Д. Тирон, Е. В. Витиу ши В. Ф. Гарабажиу, каре прин обсервацииле лор критиче ау контрибуит ла ымбунэтэциря концинутулуй кэрций.

Сужестииле ши обсервацииле чититорилор вор фи биневените.

Ауторул

1 ЫНТРОДУЧЕРЕ

§ 1. Абитуриентул ши физика

Сэ асистэм кытева минуте ла екзаменул де адмитере ла физикэ.

— *Екзаминаторул.* Експликаць, Вэ рог, де че ла трансмитеря енерҗией електриче требуе мэритэ тенсиуня ын линииле електриче де транспорт?

— *Абитуриентул.* Пентру а редуче пердериле, адикэ пентру а микшора енерҗия консуматэ ла ынкэлзиря кондуктоарелор, каре есте детерминатэ де леҗя луй Жоул—Ленц:

$$Q = I^2Rt. \qquad (1.1)$$

— *Екзаминаторул.* Деоарече аць ворбит деспре **тенсиуне ши** енерҗие, скриець, Вэ рог, формула, ын каре фигурязэ ануме ачесте мэримь.

— *Абитуриентул.*

$$Q = \frac{U^2}{R}t, \qquad (1.2)$$

унде U есте тенсиуня, че урмязэ сэ фие мэритэ.

— *Екзаминаторул.* Конформ ачестей формуле ла мэриря «тенсиуний U» пердериле креск. Де екземплу, мэринд тенсиуня де 10 орь, пердериле вор креште де 100 де орь.

— *Абитуриентул.* . . .?!

Ачастэ ынтребаре суплиментарэ а фост адресатэ абитуриентулуй ын легэтурэ ку ынтребаря дин билет: «Трансмитеря ши дистрибуиря енерҗией електриче». Рэспунсул де май сус поате фи аузит кяр де ла елевий бине прегэтиць ын школилэ.

Сэ ведем кум прочедязэ абитуриентул ын казул дат. Ынцелегынд, кэ а ажунс ла контрадикцие, ел ынчепе «сэ рэсфояскэ» ын минте мануалул, кэутынд рэспунс ла ачастэ ынтребаре. Фииндкэ ну-л гэсеште, ел ажунҗе десеорь ла конклузия, кэ ынтребаря че и с'а пус ну е дин програма школий. Ын реалитате, ынсэ, абитуриентул н'а ынцелес, кэ ын формула (1.2)

U ну есте тенсиуня де ла ынчепутул линией де транспорт, каре требуе мэритэ, чи кэдеря де тенсиуне каре требуе микшоратэ. Ын мануал авем формула $I=\frac{P}{U_0 \cos\varphi}$ (P — путеря женераторулуй, U_0 — тенсиуня де ла ынчепутул линией де транспорт, φ — дефазажул). Пунынд ачастэ експресие ын (1.1), обцинем:

$$Q=\frac{P^2R}{U_0^2\cos^2\varphi}\,t. \tag{1.3}$$

Конформ ачестей формуле мэриря тенсиуний U_0 де 10 орь дуче ла микшораря пердерилор де 100 орь, яр кэдеря де тенсиуне $U=\frac{PR}{U_0\cos\varphi}$ се микшорязэ де 10 орь. Ачест екземплу не илустрязэ ситуацииле, ын каре поате фи пус десеорь абитуриентул ла екзамене. Каре е кауза? Мулць елевь кред, кэ дакэ штиу тоате формулеле ши концинутул тутурор параграфелор дин мануал, вор путя сусцине ку сукчес екзаменул де адмитере. Ынсэ ну требуе сэ уйтэм кэ програма пентру екзаменеле де адмитере ла физикэ апробатэ де Министерул ынвэцэмынтулуй суперпор ши медиу де спечиалитате ал УРСС чере ка екзаминаторул: «...сэ акорде о маре атенцие ын че мэсурэ чел екзаминат куноаште есенца феноменелор физиче, кум се приченс сэ експличе сенсул физик ал мэримилор, каре фигурязэ ынтр'о формулэ сау алта...», адикэ чере токмай ачея, че ну куноштя абитуриентул екзаминат.

Ын картя де фацэ абитуриенций вор гэси рэспунс ла унеле ынтребэрь, каре пот апэря ын тимпул екзаменелор де адмитере. Е клар, кэ ауторул ну поате преведя тоате ынтребэриле компликате, дар абитуриенций вор ынвэца сэ факэ фацэ ситуациилор, кынд ынтребэриле пусе де екзаминатор «ну сынт аселмэнэтоаре ку челе дин мануал». Абитуриентул требуе сэ-шь поатэ мобилиза тоате куноштинцеле, пентру а ле путя аплика ла ситуация конкретэ, пентру а да ун рэспунс корект ши комплект.

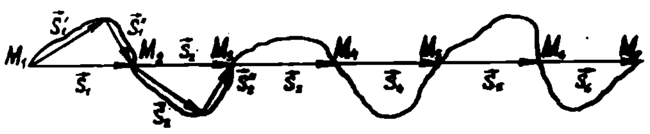
Пентру абитуриенць сынт дифичиле ачеле ынтребэрь дин програма екзаменелор де адмитере, каре ну коинчид ку денумиря параграфелор дин мануал. Ын мануал ну ынтылним, де екземплу, параграфул: «Проприетэциле унделор електромагнетиче». Пентру ачастэ ынтребаре, ка ши пентру мулте алтеле, требуе сэ се кулягэ материе дин май мулте параграфе. Унеле ынтребэрь де ачест фел вор фи дискутате ын картя де фацэ ын капитолеле респективе.

Май екзистэ ынтребэрь, каре ну сынт пе плакул унор абитуриенць, де екземплу, ынтребэриле «пря ушоаре». Абитуриенций спун, кэ ла о ынтребаре ушоарэ ну пря ай че рэспунде. Ей с'ау обишнуит сэ рэспундэ ла орьче ынтребаре нумай пе база материей дин параграфул, денумиря кэруя коинчиде ку ынтребаря дин билет. Ла орьче ынтребаре ынсэ е де дорит сэ се дее ун рэспунс комплект, реешинд ну нумай дин челе скрисе ын параграфул кореспунзэтор. Требуе сэ се факэ о легэтурэ ынтре диферите феномене физиче, ынтре диферите лежь. Дин пунктул де ведере дат ынтребэрь «пря ушоаре» ын физикэ ну екзистэ. Дрепт екземплу, сэ консидерэм: «Кэдеря либерэ а корпурилор. Акчелерация кэдерий либере». Рэспунсул мултор абитуриенць, де регулэ, се компуне дин десенул унуй туб ку о аличе ши ку о панэ де пасэре, дин дефиниция кэдерий либере, дин формула че детерминэ ынэлцимя корпулуй ла кэдеря либерэ ши дин кытева кувинте деспре вяца луй Галилео Галилей. Ун асеменя рэспунс поате фи скузабил пентру ун елев дин класа VIII, каре а студият физика пынэ ла параграфул кореспунзэтор. Ынсэ абсолвентул школий медий, каре претинде сэ девинэ студент, е датор сэ штие деспре екзистенца форцей де атракцие универсалэ, деспре лежя а доуа а луй Ньютон. Апликынд ачесте лежь, ел ва путя демонстра, кэ акчелерация кэдерий либере ну депинде де маса корпулуй ын кэдере, чи де маса планетей, унде аре лок кэдеря, ши де дистанца динтре чентреле де греутате але ачестор доуэ корпурь. Прин урмаре, акчелерация кэдерий либере е функцие де ынэлцимя де асупра Пэмынтулуй. Нумай ла ынэлцимь мичь ын компарацие ку раза Пэмынтулуй, депенденца де ынэлциме а форцей де греутате, деч ши а акчелерацией кэдерий либере, поате фи неглижатэ. Дин ачастэ каузэ, ын апропиеря Пэмынтулуй акчелерация кэдерий либере поате фи консидератэ константэ, яр кэдеря либерэ — мишкаре униформ акчелератэ.

О алтэ ынтребаре: «Периоада ши фреквенца курентулуй алтернатив», каре есте де асеменя консидератэ де кэтре абитуриенць «пря ушоарэ». Десеорь рэспунсул се редуче ла скриеря формулей $\nu = \frac{1}{T}$. Ын асеменя казурь екзаминаторул (скопул кэруя есте сэ евите орьче апречиере ынтымплэтоаре а рэспунсулуй) пуне абитуриентулуй ынтребэрь суплиментаре, каре й-ар путя сужера рэспунсул. Де екземплу: «Кум путем мэри сау микшора фреквенца курентулуй алтернатив?». Екзаминаторул аштяптэ ка абитуриентул сэ-шь аминтяскэ, кэ фреквенца поате сэ депиндэ нумай де витеза унгюларэ а кадрулуй че се ротеште

ын кымпул магнетик, яр ын казул женераторулуй де курент — де витеза унгюларэ а роторулуй ши де нумэрул перекилор де поль ай роторулуй. Спре регрет уний абитуриенць спун, кэ пентру а скимба фреквенца курентулуй алтернатив се поате фолоси трансформаторул.

Десеорь ла консултаций абитуриенций пун ынтребаря: «Лежиле физичий требуе формулате екзакт ка ын мануал, сау пот фи репродусе ку кувинте проприй?»



Фиг. 1.1

Фэрэ ындоялэ, ну е облигатор сэ меморизэм тотул, кяр ши семнеле де пунктуацие, кум кред уний абитуриенць, дар ну требуе сэ уйтэм, кэ омитеря унуй сингур кувынт (каре ла прима ведере ну аре маре импортанцэ) поате скимба сенсул иницоал ал челор спусе. Де екземплу, уний абитуриенць дефинеск мишкаря ректилинии униформэ астфел: «Се нумеште мишкаре ректилинии униформэ мишкаря, ын каре корпул ефектуязэ ын интервале де тимп егале депласэрь егале». Аич а фост омис ун сингур кувынт, каре паре сэ ну айбэ маре импортанцэ, ынсэ фэрэ ел ачастэ мишкаре поате сэ ну фие мишкаре ректилинии униформэ. Е ворба де кувынтул «орьче», каре пречедязэ кувынтул «интервале».

Ынтр'адевэр, ын фиг. 1.1 пунктеле M_1, M_2, ..., M_7 репрезинтэ позиций униле унуй корп (пункт) песте интервале де тимп егале, де екземплу, песте о секундэ. Депласэриле корпулуй $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$, ..., $\vec{s}_6$ ын интервале егале де тимп ($\Delta t = 1$с) сынт егале, дар мишкаря ну есте ректилинии униформэ (линия курбэ ын фигурэ репрезинтэ траектория пунктулуй, каре се мишкэ). Дакэ вом ымпэрци тимпул ын интервале май мичь, де екземплу $\Delta t = 0{,}5$с, депласэриле пунктулуй ын ачесте интервале ну вор май фи егале $\vec{s}_1' \neq \vec{s}_1''$, $\vec{s}_2' \neq \vec{s}_2''$ ш. а. м. д.).

Програма ла физикэ пентру екзаменеле де адмитере требуе сэ ле ажуте абитуриенцилор сэ се ориентезе ын мулцимя феноменелор ши лежилор физиче. Дар еа требуе фолоситэ кибзуит. Уний абитуриенць консидерэ, кэ пентру а те прегэти ла физикэ е суфичиент сэ ынвець пе де рост рэспунсуриле ла тоате пунктеле дин програмэ. Ынсэ требуе студиятэ ну програма, чи обьектул, тоате темеле дин мануале ши нумай дупэ ачаста сэ се верифиче куноштинцеле, рэспунзынд ла ынтребэриле дин програмэ, ку атыт май мулт, кэ ын програмэ унеле ынтребэрь ну сынт формулате ынтокмай ка параграфеле дин мануале. Ла ачесте ынтребэрь се поате да ун рэспунс корект' нумай дупэ студиеря капитолулуй кореспунзэтор ши ну а параграфулуй.

Абитуриенций требуе сэ студиезе ши литературэ суплиментарэ, ын спечиал, кэрциле ын каре се дау диферите методе де резолваре а проблемелор. Прочедязэ грешит ачей абитуриенць, каре каутэ сэ меморизезе тоате проблемеле резолвате. Требуе ынцелесе методеле де резолваре але фиекэруй тип де проблеме ши сэ ну се меморизезе резолвэриле унор проблеме конкрете.

Ын урмэтоареле параграфе але ачестуй капитол сынт дате индикаций женерале атыт пентру абитуриенць, кыт ши пентру чейлалць чититорь. Ын рестул капитолелор се студиязэ компартиментеле респективе але физичий, пунынд ын дискуцие нумай аспектеле май дифичиле. Компартиментеле «Осчилаций ши унде», «Оптика» ши «Енержетика нуклеарэ» вор фи инклусе ын картя урмэтоаре.

§ 2. Резолваря проблемелор де физикэ

Уний абитуриенць сынт де пэрере кэ материя теоретикэ поате фи ынвэцатэ дин мануале, яр ла резолваря проблемей те поате салва нумай «норокул». Десеорь путем аузи «Ну мэ тем де теорие. Дар, ятэ, проблемеле!...» Ей, десигур, н'ау дрептате. Практика аратэ, кэ ануме абитуриенций, каре н'ау ынсушит профунд материя теоретикэ, ну пот резолва ничь проблеме. Ей ынширэ формулеле, каре дупэ пэреря лор се реферэ ла проблема датэ, ынчеп сэ ле комбине, пынэ кынд обцин о формулэ, ын каре фигурязэ тоате мэримиле дин проблемэ ши мэримя некуноскутэ че требуе детерминатэ. Де челе май мулте орь ачест лукру се терминэ ку идентитатя 0=0. Сынт елевь, кэрора ничь пентру ачаста ну ле ажунже рэбдаре. Ын тимпул

прегэтирий де екзамене сау а темей пентру акасэ, ей се уйтэ мереу ла рэспунсул дин карте, пынэ кынд комбинацииле формулелор, скрисе де ей, коинчид ку челе дин рэспунс. Дар ла екзаменеле де адмитере рэспунсуриле ла проблеме липсеск. Ачест обстакол психоложик поате фи ынвинс, дакэ не вом ынвэца сэ верификэм рэспунсуриле. Пентру ачаста проблема требуе резолватэ ын формэ женералэ пынэ ла сфыршит, адикэ валориле нумериче ну требуе ынтродусе ын формулеле интермедиаре.

Ексчепцие фак унеле проблеме, рэспунсул кэрора ын формэ женералэ е фоарте компликат, яр ынсэшь резолваря е симплэ. Де регулэ ачестя сынт проблемеле реферитоаре ла алкэтуиря екуацией биланцулуй термик ши ла легаря кондуктоарелор (де екземплу, проблема 5.5 дин ачастэ карте).

Обцинынд рэспунсул ын формэ женералэ, верификэм май ынтый унитэциле де мэсурэ (денумириле). Дакэ унитэциле де мэсурэ дин експресия финалэ ну кореспунд мэримий кэутате, ынсямнэ, кэ ла резолваре ау фост комисе грешель. Требуе сэ авем ын ведере, кэ е нечесар, дар ну е суфичиент ка унитэциле де мэсурэ сэ кореспундэ. Тот аич е казул сэ менционэм, кэ ну пот фи адунате, скэзуте сау егалате мэримиле физиче сау комбинацииле лор, че ау диферите унитэць де мэсурэ (дименсиунь). Ын челе че урмязэ ауторул ну ва верифика унитэциле де мэсурэ але резултателор обцинуте, деоаречe ел пресупуне кэ читорул поате фаче ушор ачест лукру (путець луа куноштинцэ де верификаря резултателор проблемелор дин картя А. С. Сибирский «Проблеме де физикэ пентру абитуриенць», Кишинэу, «Лумина», 1976).

Менционэм, ынсэ, кэ ну требуе сэ пунем ынтотдяуна унитэциле де мэсурэ але тутурор мэримилор дин резултатул обцинут. Де екземплу, резултатул проблемей 3.5:

$$v_0=\sqrt{2g}\sqrt{\frac{\rho_0-\rho}{\rho}h-H}.$$

Експресия $\frac{\rho_0-\rho}{\rho}$ репрезинтэ ун нумэр абстракт (фэрэ дименсиунь). Путем сэ ну штим унитэциле де мэсурэ але денситэций. Астфел експресия $\frac{\rho_0-\rho}{\rho}h-H$ се мэсоарэ ын унитэць де лунжиме ши пентру верификаря датэ путем скрие:

$$v_0\sim\sqrt{gh}.$$

Штим, кэ витеза, ынэлцимя ши акчелерация кэдерий либере

сынт легате ануме принтр'о асеменя релацие. Деачея путем консидера, кэ результатул обцинут есте корект ын че привеште унитэциле де мэсурэ. Ка сэ не конвинжем дефинитив, верификэм пынэ ла сфыршит:

$$v_0 \sim \sqrt{\frac{м}{с^2} м} = \frac{м}{с}.$$

Ной путем верифика унитэциле де мэсурэ але результатулуй обцинут, кяр дакэ ну куноаштем унитэциле де мэсурэ але унор мэримь оарекаре дин формулэ ши ачесте унитэць ну се симплификэ ка ши унитэциле денситэций дин казул пречедент. Сэ луэм, де екземплу, результатул уней проблеме (§ 31):

$$q_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 R m_\alpha v_\alpha^2}{q_\alpha}.$$

Фие ам уйтат унитатя де мэсурэ а константей ε_0. Деоарече ла верификаря унитэцилор де мэсурэ нумереле абстракте пот фи омисе, репрезентэм ачест результат суб форма:

$$q_0 \sim \frac{\varepsilon_0 R m v^2}{q} \sim q \frac{m v^2}{\frac{q^2}{\varepsilon_0 R^2} \cdot R}.$$

Ла нумитор авем о форцэ (форца Кулон ынмулцитэ ку нумэрул абстракт 4π) ынмулцитэ ку о дистанцэ (R), деч, нумиторул се експримэ ын унитэць де лукру, адикэ ын жоуль. Нумэрэторул репрезинтэ енерӂия чинетикэ ынмулцитэ ку ун нумэр абстракт (ку 2) ши се експримэ ын жоуль. Астфел

$$q_0 \sim \text{Кл}\frac{\text{Ж}}{\text{Ж}} = \text{Кл}.$$

Дупэ че не-ам конвинс, кэ унитэциле де мэсурэ коинчид, тречем ла анализа результатулуй обцинут. Уна дин челе май ефичиенте методе де анализэ есте тречеря ла казуриле лимитэ. Сэ демонстрэм ачаста принтр'ун екземплу дин електродинамикэ.

Проблема 1.1. Сэ се детермине интенситатя курентулуй, каре чиркулэ прин елементул $\mathscr{E}_2$ дин чиркуитул репрезентат ын фиг. 1.2. (Форцеле електромотоаре $\mathscr{E}_1$ ши $\mathscr{E}_2$, резистенцеле r_1, r_2 ши R се консидерэ куноскуте.)

Резолваре. Пресупунем кэ $\mathscr{E}_2 > \mathscr{E}_1$ ши курентул кэутат I_2 аре сенсул арэтат ын фиг. 1.2.

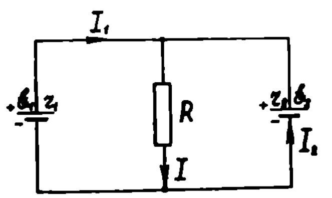
Резолвынд проблема, обцинем урмэторул результат (деспре

метода де резолваре а проблемелор де ачест тип везь капитолул 5):

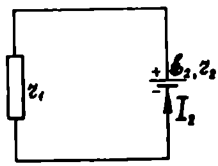
$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2(r_1+R) - \mathcal{E}_1 R}{r_1 r_2 + R(r_1+r_2)}. \quad (1)$$

Сэ черчетэм диферите казурь лимитэ але ачестей проблеме.

1. Фие форца електромотоаре а примулуй елемент егалэ ку



Фиг. 1.2



Фиг. 1.3

зеро, яр резистенца R липсеште ($\mathcal{E}_1=0$, $R=\infty$ ши нич де кум $R=0$!) (фиг. 1.3).

Скрием лежя луй Ом пентру ачест чиркуит ынкис:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}. \quad (2)$$

Сэ ревеним ла формула (1). Дакэ пунем ын еа $\mathcal{E}_1=0$, ымпэрцим нумэрэторул ши нумиторул ла R ши луэм ын консидерацие, кэ $\frac{r_1}{R}\to 0$, обцинем дин ноу формула (2).

Ачаста ынсямнэ, кэ казул лимитэ дат резултэ дин формула обцинутэ.

2. Ал дойля каз лимитэ ыл обцинем, дакэ вом ынлэтура дин чиркуит примул елемент ($\mathcal{E}_1=0$; $r_1=\infty$ ши ну $r_1=0$! (фиг. 1.4)).

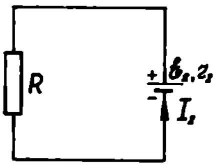
Апликэм дин ноу лежя луй Ом пентру чиркуитул ынкис:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R+r_2}. \quad (3)$$

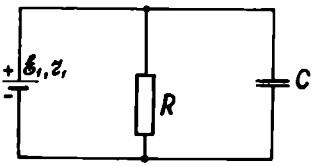
Ачелаш резултат обцинем дин формула (1), омицынд термений, ын каре ну фигурязэ r_1, пунынд $\mathcal{E}_1=0$ ши симплификынд прин $\cdot r_1$.

3. Ал трейля каз лимитэ поате фи обцинут, пунынд $r_2=\infty$, чея че есте екивалент, де екземплу, ку ынлокуиря елементулуй ал дойля ку ун конденсатор (фиг. 1.5). Е клар, кэ ын ачест каз $I_2=0$. Ачелаш резултат обцинем дин формула (1), деоарече r_2 фигурязэ нумай ла нумитор.

4. Ын ал патруля каз лимитэ вом консидера $R=0$ ши чиркуитул дин фиг. 1.2 поате фи ынлокуит ку 2 чиркуите (фиг. 1.6).



Фиг. 1.4



Фиг. 1.5

Ын амбеле чиркуите авем кыте ун скуртчиркуит ши, прин урмаре,

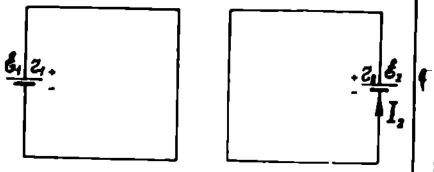
$$I_2=\frac{\mathscr{E}_2}{r_2}. \tag{4}$$

Ачест резултат се обцине ши дин формула (1), пунынд ын еа $R=0$.

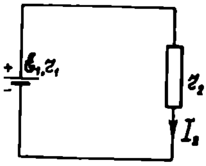
5. Ын казул ал чинчиля пресупунем, кэ $\mathscr{E}_2=0$, $R=\infty$ (фиг. 1.7).

Конформ лежий луй Ом пентру ачест чиркуит ынкис, авем

$$I_2=\frac{\mathscr{E}_1}{r_1+r_2}. \tag{5}$$



Фиг. 1.6



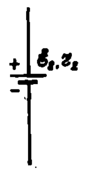
Фиг. 1.7

Субституинд $\mathscr{E}_2=0$ ши $R=\infty$ ын формула (1), обцинем:

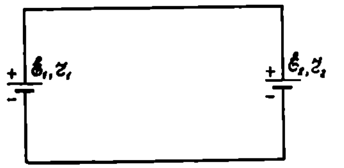
$$I_2=-\frac{\mathscr{E}_1}{r_1+r_2}. \quad (5a)$$

Семнул минус не аратэ, кэ аич курентул I_2 шь-а скимбат сенсул фацэ де казул, кынд $\mathscr{E}_2>\mathscr{E}_1$.

6. Казул ал шаселя ($r_1=\infty$, $R=\infty$) кореспунде чиркуитулуй дин фиг. 1.8.



Фиг. 1.8



Фиг. 1.9

Дин ачест чиркуит есте евидент кэ $I_2=0$. Неглижынд ла нумитор дой термень ын рапорт ку ал трейля (r_1R), формула (1) поате фи скрисэ суб форма

$$I_2=\frac{(\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1)+\mathscr{E}_2\frac{r_1}{R}}{r_1}. \quad (6)$$

Нумэрэторул дин ачастэ формулэ есте ун нумэр финит, яр нумиторул тинде кэтре инфинит. Деч $I_2=0$.

7. Казул ал шаптеля ($R=\infty$, $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=\mathscr{E}$) репрезинтэ легаря ын паралел а доуэ елементе ку форцеле електромотоаре егале (фиг. 1.9) ши, прин урмаре, $I_2=0$.

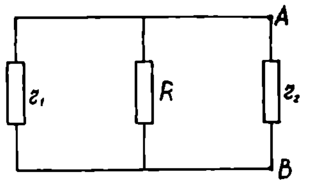
Неглижынд ын формула (1) термений, ын каре ну фигурязэ R ши, симплификынд прин R, обцинем:

$$I_2=\frac{\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1}{r_2+r_1}=0. \quad (7)$$

8. Ын казул ал оптуля пресупунем $\mathscr{E}_1=0$, $\mathscr{E}_2=0$, адикэ обцинем чиркуитул репрезентат ын фиг. 1.10.

Ынтре пунктеле A ши B ну екзистэ диференцэ де потенциал ши $I_2=0$. Пунынд $\mathscr{E}_1=0$ ши $\mathscr{E}_2=0$ ын формула (1), дин ноу обцинем $I_2=0$.

Е клар, кэ ну требуе сэ се черчетезе ла фиекаре проблемэ кыте 8 казурь лимитэ сау май мулте. Аич ау фост индикате тоате казуриле посибиле, дар е суфичиент ка чел пуцин ун сингур каз лимитэ сэ не кондукэ ла контрадикцие пентру а путя траже конклузия кэ проблема ну е резолватэ корект. Апаре ынтребаря: «Е посибил оаре ка тоате казуриле лимитэ сэ кореспундэ резултатулуй обцинут ши тотуш проблема сэ ну фие резолватэ корект?».— Да, е посибил. Ши май мулт: е посибил ка резултатул сэ фие корект, яр резолваря проблемей сэ фие грешитэ. Ачаста аре лок ын казуриле, кынд доуэ сау май мулте грешель комисе ла резолваре пот сэ се компенсезе уна пе алта ши резултатул обцинут сэ фие корект.



Фиг. 1.10

Требуе сэ авем ын ведере, кэ ну ынтотдяуна рэспунсул обцинут адмите тречеря ла казул лимитэ. Сэ луэм, де екземплу, проблема 162 дин картя «Проблеме де физикэ ши методе де резолваре» де В. А. Балаш, Кишинэу, «Лумина», 1970. Рэспунсул корект есте $s=0{,}5\left(l+\frac{v^2}{\mu g}\right)$. Дакэ вом пуне ын ачест рэспунс $v=0$, атунч $s=\frac{l}{2}$. Адикэ сания фэрэ витезэ инициалэ се ва мишка ын виртутя инерцией пе асфалт. Аич ну е грешит рэспунсул, чи тречеря ла казул лимитэ $v\to 0$, деоарече проблема а фост резолватэ, пресупунынд кэ сания а трекут пе асфалт ку тоатэ лунжимя са $l(v>\sqrt{l\mu g})$.

Алт екземплу, кынд ну путем трече ла казул лимитэ, е дискутат ын проблема 2.9.

Де мулте орь путем фолоси о методэ май сигурэ де верификаре: резолваря проблемелор прин доуэ сау май мулте методе. Обцинынд ачелаш рэспунс, путем фи конвиншь, кэ резултатул е корект. Сэ демонстрэм ачаста принтр'ун екземплу.

◆ **Проблема 1.2.** Ун корп е арункат вертикал ын сус ку витеза инициалэ v_0 де ла ынэлцимя H де асупра Пэмынтулуй. Сэ се афле витеза корпулуй ла кэдеря луй пе супрафаца Пэмынтулуй.

Резолваре.

Метода I. Скрием депенденца де тимп а проекцией витезей корпулуй пе акса y ориентатэ вертикал ын сус

$$v_y = v_0 - gt. \qquad (1)$$

Координата y а корпулуй депинде де тимп дупэ формула:

$$y = H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

Егалынд y ку зеро (ла кэдеря пе Пэмынт $y=0$), обцинем екуация пентру детерминаря тимпулуй де збор:

$$0 = H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (3)$$

Резолвынд ачастэ екуацие ши субституинд валоаря позитивэ а тимпулуй ын формула (1), обцинем:

$$v_y = -\sqrt{v_0^2 + 2gH}. \qquad (4)$$

Семнул минус аратэ кэ ла кэдере витеза е ориентатэ вертикал ын жос, ши, прин урмаре, проекция ей пе акса y, ориентатэ вертикал ын сус, есте негативэ.

Метода II. Апликэм лежя консервэрий енержией меканиче:

$$mgH + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}, \qquad (5)$$

де унде

$$v = |v_y| = \sqrt{v_0^2 + 2gH}. \qquad (6)$$

Метода III. Афлэм май ынтый песте кыт тимп корпул ва атинже ынэлцимя максимэ. Егалынд проекция витезей v_y ку зеро, авем:

$$0 = v_0 - gt_1, \qquad (7)$$

де унде:

$$t_1 = \frac{v_0}{g}. \qquad (8)$$

Ынэлцимя максимэ

$$H_{max} = H + \frac{gt_1^2}{2} = H + \frac{v_0^2}{2g}. \qquad (9)$$

Пе де алтэ парте,

$$H_{max} = \frac{v^2}{2g}. \qquad (10)$$

Егалынд пэрциле дин дряпта але формулелор (9) ши (10), обцинем дин ноу (6). Акум путем фи сигурь, кэ проблема а фост резолватэ коректׅ.

Ла верификаря резултателор унор проблеме путем фолоси ши урмэтоареле кондиций евиденте, че реесе дин дефиниция мэримилор детерминате:

а) рандаментул ну поате фи май маре сау егал ку 100%;

б) дакэ ын прочесул детерминэрий унуй унгь оарекаре сынтем невоиць сэ афлэм май ынтый синусул сау косинусул ачестуй унгь, валориле абсолуте але ачестор функций ну требуе сэ депэшаскэ унитатя;

в) температура абсолутэ ну поате фи негативэ ш. а. м. д.

Ла верификаря резултатулуй ын унеле казурь путем аплика ши симетрия. Дакэ дателе проблемей сынт симетриче, резултатул ей де асеменя требуе сэ фие симетрик. Де екземплу, ын проблема 1.1 сурселе де курент сынт симетриче ын рапорт ку резистенца R (се аре ын ведере симетрия ын форма чиркуитулуй). Есте евидент, кэ ын формула курентулуй I, каре паркурже резистенца R дин чиркуитул репрезентат ын фиг. 1.2, требуе сэ фигурезе ын мод симетрик мэримиле $\mathscr{E}_1$, r_1, $\mathscr{E}_2$ ши r_2. Ынтр'адевэр, резолвынд проблема, обцинем (везь 5.103):

$$I=\frac{\mathscr{E}_2r_1+\mathscr{E}_1r_2}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}. \qquad (1.4)$$

Ачастэ експресие рэмыне нескимбатэ, дакэ вом скимба локуриле сурселор де курент, адикэ ын формула (1.4) вом фаче урмэтоаря пермутаре $\mathscr{E}_1\rightleftarrows\mathscr{E}_2$, $r_1\rightleftarrows r_2$.

Чититорилор ли се пропуне сэ верифиче формула (1.4), апликынд казуриле лимитэ, кум с'а прочедат ла верификаря резултатулуй пентру I_2.

Ун лок деосебит ын чея че привеште анализа, интерпретаря резултателор ши конклузииле че реесе дин еле ыл окупэ проблемеле, ын каре апар екуаций пэтрате. Диферите проблеме де ачест тип ау фост анализате де лекторул Маринчук М. Е. («Ынвэцэторул Советик», № 6, 1980).

Се штие, кэ орьче екуацие пэтратэ аре доуэ рэдэчинь. Реферитор ла проблемеле де физикэ путем авя урмэтоареле казурь:

1. Амбеле рэдэчинь сынт позитиве ши ау сенс физик.
2. О рэдэчинэ есте позитивэ, яр алта негативэ ши амбеле рэдэчинь ау сенс физик.
3. Рэдэчина позитивэ аре сенс физик, яр чя негативэ ну.

4. Амбеле рэдэчинь сынт комплексе ши, прин урмаре, н'ау сенс физик.

5. Амбеле рэдэчинь сынт позитиве. Уна дин еле аре сенс физик, яр чялалтэ ну.

6. О рэдэчинэ реалэ диферитэ де зеро ши уна егалэ ку зеро.

7. Амбеле рэдэчинь сынт реале ши егале.

Сэ консидерэм ун екземплу, каре ын функцие де валориле нумериче але мэримилор дин проблемэ поате сэ концинэ диферите казурь дин челе менционате май сус.

◆ **Проблема 1.3.** Ун обсерватор а ынчепут сэ черчетезе мишкаря унуй корп арункат вертикал ын сус ын моментул, кынд корпул се афла ла ынэлцимя де 10 м ши а стабилит, кэ песте 1 с корпул се афла ла ынэлцимя де 25 м. Песте кыт тимп корпул ва фи ла ынэлцимя: а) $h_1=19$ м, б) $h_2=5$ м, в) $h_3=30$ м, г) $h_4=40$ м, д) $h_5=10$ м?

Резолваре. Нотэм ынэлцимя корпулуй ын моментул инициал ($t=0$) ку h_0($h_0=10$ м). Атунч

$$H=h_0+v_0\tau-\frac{g\tau^2}{2}, \qquad (1)$$

унде $H=25$ м, $\tau=1$ с. Дин екуация (1) калкулэм витеза инициалэ: $v_0=20$ м/с.

Пентру ун момент арбитрар ынэлцимя, ла каре се афлэ корпул, се детерминэ дупэ формула:

$$h=h_0+v_0t-\frac{gt^2}{2}, \qquad (2)$$

де унде

$$t=\frac{v_0\pm\sqrt{v_0^2-2g(h-h_0)}}{g}.$$

Ынлокуинд ын ачастэ формулэ h прин валориле сале h_1, h_2, h_3, h_4 ши h_5, путем детермина песте кыт тимп корпул се афлэ ла ачесте ынэлцимь.

а) $h_1=19$ м. Обцинем доуэ рэдэчинь позитиве: $t_1'\approx0,5$ с ши $t_1''\approx3,5$ с. Ын ачесте казурь абитуриенций ынчеп анализа резултатулуй, субституинд амбеле рэдэчинь ын екуация (2). Дар ачаста е нумай о верификаре а калкулелор нумериче, деоарече амбеле валорь, фиинд рэдэчинь але екуацией (2), сатисфак ачастэ екуацие. Уний дау преферинцэ рэдэчиний а доуа, аргументынд ачаста прин фаптул кэ ын 0,5 с корпул ну ва путя

ажунже ла ынэлцимя де 19 м, яр алций спун, кэ песте 0,5 с корпул ва фи ла ынэлцимя де 19 м ши, прин урмаре, рэдэчина а доуа ну аре сенс физик. Ын реалитате ынсэ амбеле рэдэчинь ау сенс физик. Корпул се афлэ ла ынэлцимя h_1 де доуэ орь: песте 0,5 с ла ридикаре ши песте 3,5 с ла коборыре.

б) $h_2=5$ м. Ын ачест каз обцинем о рэдэчинэ позитивэ ($t_2' \approx 4.24$ с) ши уна негативэ ($t_2'' \approx -0,24$ с). Мажоритатя абитуриенцилор сынт де ачеяш пэрере: рэдэчина а доуа, фиинд негативэ, ну аре сенс физик. «Тимпул поате фи нумай позитив». Не-ам обишнуит ку ачастэ афирмацие, тот аша кум саванций ерау деприншь пынэ ын анул 1930 сэ консидере енержия негативэ а партикулелор липситэ де сенс (аргументаря се база пе формула $E=mc^2$). Дирак, резолвынд екуация, каре ый поартэ нумеле (екуация луй Дирак), а обцинут о рэдэчинэ негативэ ши ну а арункат-о, чи й-а гэсит о интерпретаре физикэ, презикынд екзистенца позитронулуй, каре ын курынд (1932) а фост дескоперит пе кале експерименталэ де Андерсон. Песте ун ан луй Дирак и с'а дечернат премиул Нобел.

Деч, сэ ну не грэбим сэ неглижэм рэдэчина негативэ. Прима рэдэчинэ (t) кореспунде моментулуй, кынд корпул се афла ла ынэлцимя h_2 ла кэдеря луй ын жос. Ынсэ корпул с'а май афлат о датэ ла ынэлцимя $h_2=5$ м, ынаинте де а ынчепе сэ черчетэм мишкаря луй. Семнул минус ануме аратэ кэ ачаста а авут лок ынаинте де $t=0$.

Сынт казурь май симпле, кынд амбеле рэдэчинь (позитивэ ши негативэ) ау сенс физик. Де екземплу, температура, дупэ скара Челсиус, сарчина електрикэ, дистанца фокалэ, коордоната, енержия потенциалэ, кяр ши пресиуня пот луа атыт валорь позитиве, кыт ши негативе. Интерпретаря рэдэчинилор ын ачесте казурь ну репрезинтэ нич о дификултате.

в) $h_3=30$ м. Амбеле рэдэчинь сынт позитиве ши егале $t_3'=t_3''=2$ с. Прин урмаре, корпул се ва афла ла ынэлцимя де 30 м о сингурэ датэ, адикэ h_3 есте ынэлцимя максимэ атинсэ де корп.

г) $h_4=40$ м. Амбеле валорь але тимпулуй сынт нумере комплексе. Ынсэ орьче мэриме физикэ, каре поате фи мэсуратэ, требуе сэ фие нумайдекыт реалэ. Деачея резултэ, кэ корпул ну се ва афла нич одатэ ла ынэлцимя де 40 м. Ла ачастэ конклузие ам путут ажунже фэрэ а резолва проблема пентру h_4, деоарече $h_4>h_3$, яр h_3 есте ынэлцимя максимэ.

д) $h_5=10$ м. Обцинем доуэ рэдэчинь ($t_5'=4$ с ши $t_5''=0$). Прима рэдэчинэ кореспунде моментулуй, кынд корпул, мишкын-

ду-се ын жос, се ва афла дин ноу ла ынэлцимя де 10 м, адикэ дин ноу ла ачя ынэлциме, де ла каре обсерваторул а ынчепут сэ черчетезе мишкаря корпулуй. А доуа рэдэчинэ аре ши еа сенс физик — корпул с'а май афлат ла ынэлцимя де 10 м ши ын моментул инициал.

Сынт проблеме, ын каре обцинем доуэ рэдэчинь позитиве, дар уна дин еле ну аре сенс физик. Десеорь пентру а детермина, каре динтре рэдэчинь аре сенс физик требуе сэ черчетэм диферите казурь лимитэ.

Ын параграфул дат е казул сэ не оприм ынкэ асупра уней ынтребэрь референтоаре ла резолваря проблемелор.

Дин математикэ се штие, кэ ун систем де екуаций аре солуцие нумай атунч, кынд нумэрул некуноскутелор ну депэшеште нумэрул екуациилор. Алкэтуинд екуацииле, каре екпримэ диферите лежь физиче ши алте релаций динтре мэримиле кэутате, требуе сэ авем грижэ, ка нумэрул екуациилор сэ ну фие май мик декыт нумэрул некуноскутелор. Ынсэ аич екзистэ ши екс-чепций, кынд проблема поате фи резолватэ, деши нумэрул некуноскутелор е май маре декыт нумэрул екуациилор. Ачаста се поате ынтымпла атунч, кынд дрепт некуноскуте се консидерэ мэримь, каре конформ дателор проблемей ну требуе сэ фие детерминате. Унеорь микшорынд нумэрул де екуаций ку уна (прин трансформэрь), путем редуче нумэрул де некуноскуте ку 2 сау ку 3 (еле се симплификэ сау се редук). Де асеменя путем редуче нумэрул некуноскутелор, нотынд о комбинацие де 2 сау 3 некуноскуте прин алтэ некуноскутэ.

◆ **Проблема 1.4.** Ун ынкэлзитор електрик ынкэлзеште о кантитате оарекаре де апэ пынэ ла фербере ынтр'ун интервал де тимп t_1, алт ынкэлзитор ынкэлзеште ачеяш кантитате де апэ пынэ ла фербере ын интервалул де тимп t_2. Ын кыт тимп се ва ынкэлзи апа (пынэ ла фербере), легынд ачесте доуэ ынкэлзитоаре ын паралел? Тенсиуня есте ачеяш ын тоате казуриле.

Резолваре. Нотэм прин Q кантитатя де кэлдурэ нечесарэ пентру ынкэлзиря апей. Атунч пентру примул ынкэлзитор путем скрие:

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1, \qquad (1)$$

унде U есте тенсиуня, яр R_1 — резистенца примулуй ынкэлзитор. Пентру ынкэлзиторул ал дойля авем:

$$Q = \frac{U^2}{R_2} t_2.$$

Резистенца ачестор ынкэлзитоаре легате ын паралел есте егалэ ку $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ ши, прин урмаре,

$$Q=\frac{U^2(R_1+R_2)}{R_1R_2}t. \qquad (3)$$

Ын тотал авем 5 мэримь некуноскуте (Q, U, R_1, R_2, t) ши нумай трей екуаций. Привинд ачест систем де екуаций ка ун систем пентру детерминаря ачестор 5 мэримь, проблема ну поате фи резолватэ. Ынсэ ын проблемэ ну се чере сэ се афле мэримиле Q, U, R_1 ши R_2. Деачея путем редуче нумэрул некуноскутелор, нотынд $\frac{Q}{U^2}=x$. Атунч системул инициал де екуаций поате фи скрис суб форма:

$$x=\frac{t_1}{R_1}, \qquad (4)$$

$$x=\frac{t_2}{R_2}, \qquad (5)$$

$$x=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}t. \qquad (6)$$

Ын ачест систем авем май мулте некуноскуте (x, R_1, R_2 ши t) декыт екуаций. Екуацииле (4) ши (5) пот фи скрисе суб форма:

$$\frac{x}{t_1}=\frac{1}{R_1} \text{ ши } \frac{x}{t_2}=\frac{1}{R_2}.$$

Адунынд ачесте екуаций, обцинем о екуацие де форма:

$$x\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}. \qquad (7)$$

Ын екуацииле (6) ши (7) фигурязэ тоате челе патру некуноскуте. Ымпэрцинд ачесте екуаций уна ла алта, обцинем о екуацие ку о сингурэ некуноскутэ (t):

$$\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\frac{1}{t}, \qquad (8)$$

де унде

$$t=\frac{t_1t_2}{t_1+t_2}. \qquad (9)$$

§ 3. Калкуларя мэримилор медий

Ла калкуларя друмулуй, лукрулуй, форцей де пресиуне а ликидулуй асупра перецилор васулуй, сарчиний електриче ши а алтор мэримь десеорь фолосим витеза медие, форца медие, пресиуня медие, интенситатя медие а курентулуй ш. а. м. д.

Витеза медие ла мишкаря униформ акчелератэ есте егалэ ку медия аритметикэ а витезей:

$$v_{мед}=\frac{v_1+v_2}{2}. \qquad (1.5)$$

Десеорь се скапэ дин ведере кэ ачастэ формулэ а фост обцинутэ нумай ын казул мишкэрий униформ акчелерате. Конвинжеря кум кэ формула (1.5) поате фи апликатэ ын тоате казуриле апаре дупэ резолваря проблемелор де типул урмэтор.

◆ **Проблема 1.5.** Ун корп с'а мишкат о жумэтате дин тимп ку витеза $v_1=60$ км/орэ, яр а доуа жумэтате — ку витеза $v_2=40$ км/орэ. Сэ се афле витеза медие а корпулуй.

Резолваре. Дин дефиниция витезей медий авем:

$$v_{мед}=\frac{s}{t}=\frac{s_1+s_2}{t}, \qquad (1)$$

унде $s_1=v_1t_1=v_1\frac{t}{2}$ е друмул паркурс ын прима жумэтате де тимп, яр $s_2=v_2\frac{t}{2}$ — друмул паркурс ын а доуа жумэтате.

Субституинд s_1 ши s_2 ын формула (1), обцинем:

$$v_{мед}=\frac{v_1+v_2}{2}=50 \text{ км/орэ}.$$

Деши мишкаря ну е униформ акчелератэ, ам обцинут дин ноу формула (1.5). Дар аич авем о симплэ коинчиденцэ. Ынтр'адевэр, дакэ вом пресупуне кэ корпул с'а мишкат ку витеза v_1 о трейме дин тимп, яр челелалте доуэ трейми — ку витеза v_2, вом обцине:

$$v_{мед}=\frac{s_1+s_2}{t}=\frac{v_1\frac{t}{3}+v_2\frac{2}{3}t}{t}=\frac{v_1+2v_2}{3}=\frac{140}{3} \text{ км/орэ}.$$

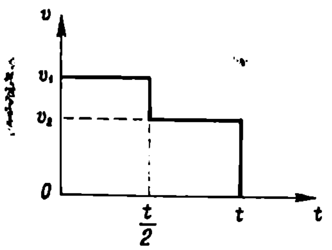
◆ **Проблема 1.6.** Ун аутомобил с'а мишкат прима жумэтате де друм ку витеза $v_1=60$ км/орэ, яр а доуа жумэтате — ку витеза $v_2=40$ км/орэ. Сэ се детермине витеза медие а аутомобилулуй.

Резолваре:

$$v_{\text{мед}}=\frac{s}{t}=\frac{s}{t_1+t_2}=\frac{s}{\frac{s_1}{v_1}+\frac{s_2}{v_2}}=\frac{s}{\frac{s}{2v_1}+\frac{s}{2v_2}}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=48\ \text{км/орэ.}$$

Ка сэ ну комитем грешель ла калкуларя валорилор медий, требуе сэ цинем конт де урмэтоаря теоремэ:

Валоаря медие а уней функций оарекаре дупэ аргументул сэу (ла витезэ медия се я ын рапорт ку тимпул) ***есте егалэ ку медия аритметикэ нумай ын казул, кынд функция консидератэ депинде де аргументул сэу дупэ лежя линиарэ:***



Фиг. 1.11

Ла мишкаря униформ акчелератэ витеза депинде де тимп конформ формулей:

$$v=v_0\pm at. \tag{1,6}$$

Графикул ачестей депенденце репрезинтэ о линие дряптэ. Деч, нумай ын казуриле, кынд графикул депенденцей $f(x)$ репрезинтэ о линие дряптэ, путем афирма кэ

$$f_{\text{мед}}=\frac{f_1+f_2}{2}. \tag{1.7}$$

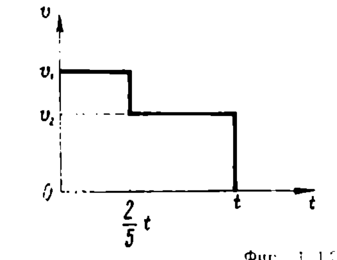
Ын проблема 1.5 графикул депенденцей витезей де тимп репрезинтэ о линие фрынтэ (фиг. 1.11).

Графикул депенденцей витезей корпулуй де тимп дин проблема 1.6 есте репрезентат ын фиг. 1.12.

Ын ачест каз $t=t_1+t_2$ ши $v_1t_1=v_2t_2$, де унде

$$t_1=\frac{v_2}{v_1+v_2}t=\frac{2}{5}t,$$

$$t_2=\frac{v_1}{v_1+v_2}t=\frac{3}{5}$$



Фиг. 1.12

Мулте грешель комит елевий ши абитуриенций ла кал-

куларя лукрулуй механик ал форцелор вариабиле. Ла калкуларя лукрулуй форцей де еластичитате фолосим форца медие

$$A = F_{мед} \cdot (x_1 - x_2), \tag{1.8}$$

унде

$$F_{мед} = \frac{F_1 + F_2}{2}. \tag{1.9}$$

Формула (1.9) есте коректэ, деоарече конформ лежий луй Хук, пентру деформаций мичь форца де еластичитате дупэ модул есте директ пропорционалэ ку деформация.

Формула (1.9) ну поате фи апликатэ ла калкуларя лукрулуй форцей де атракцие универсалэ, форцей Кулон ши а алтор форце, графикул кэрора ну репрезинтэ о линие дряптэ.

Ынаинте де а калкула валоаря медие а уней мэримь оарекаре, требуе сэ конструим графикул ачестей мэримь сау сэ стабилим депенденца ачестей мэримь де аргументул ей пентру тоате валориле луй консидерате ын проблемэ.

◆ **Проблема 1.7.** Асупра унуй корп, че се афлэ пе о супрафацэ оризонталэ ын моментул $t=0$ ынчепе сэ акционезе о форцэ ориентатэ оризонтал, каре креште пропорционал ку тимпул: $F=bt$. Сэ се афле витеза корпулуй ын моментул $t=\tau$, дакэ коефичиентул де фрекаре динтре корп ши супрафацэ есте μ.

Резолваре. Вом резолва проблема, апликынд акчелерация медие калкулатэ ка медие аритметикэ. Проектынд екуация мишкэрий корпулуй пе о аксэ ориентатэ де-а лунгул форцей $\vec{F}$, обцинем

$$a = \frac{bt}{m} - \mu g. \tag{1}$$

Дакэ вом калкула акчелерация медие дупэ формула

$$a_{мед} = \frac{0 + a}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{m}\tau - \mu g\right), \tag{2}$$

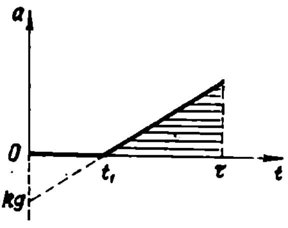
атунч

$$v = a_{мед} \cdot \tau = \frac{\tau}{2}\left(\frac{b}{m}\tau - \mu g\right). \tag{3}$$

Е клар, кэ ачест мод де резолваре е грешит, деоарече ам апликат фэрэ анализэ формула (1), потривит кэрея с'ар пэря кэ акчелерация депинде линиар де тимп ши, деч, путем фоло-

сн медия аритметикэ. Сэ репрезентэм график депенденца акчелерацией де тимп (фиг. 1.13).

Конформ формулей (1) графикул функцией $a(t)$ репрезинтэ о линие дряптэ, прелунжиря кэрея интерсектязэ акса a ын пунктул $-\mu g$, яр акса t — ын пунктул $t_1 = \frac{m\mu g}{b}$. Дар ын интервалул де тимп $0<t<t_1$ форца F есте май микэ декыт форца де фрекаре максимэ $(F<\mu mg)$, ши, прин урмаре, $a=0$. Графикул акчелерацией пентру $0<t<t_1$ коинчиде ку акса t (фиг. 1.13). Се поате демонстра ушор, кэ витеза корпулуй ын моментул τ ва фи егалэ нумерик ку ария триунгюлуй хашурат дин фиг. 1.13.



Фиг. 1.13

$$v=(\tau-t_1)\frac{\frac{b}{m}\tau-\mu g}{2}=$$

$$=\frac{m}{2b}\left(\frac{b}{m}\tau-\mu g\right)^2. \qquad (4)$$

Ачастэ формулэ есте коректэ пентру $\tau>t_1$. Пентру $\tau<t_1$ акчелерация ши витеза сынт егале ку зеро.

Формула (2) е грешитэ, деоарече графикул акчелерацией ну репрезинтэ о линие дряптэ, чи о линие фрынтэ (фиг. 1.13). Акчелерация медие ын интервалул де тимп τ поате фи калкулатэ дупэ формула

$$a_{мед}=\frac{v}{\tau}=\frac{m}{2b\tau}\left(\frac{b}{m}\tau-\mu g\right)^2. \qquad (5$$

Оперынд ку мэримиле медий, требуе сэ авем ын ведере, кэ

$$(f_1f_2)_{мед}\neq(f_1)_{мед}(f_2)_{мед}, \qquad (1.10)$$

унде f_1 ши f_2 сынт доуэ функций де ачелаш аргумент. Неглижаря ачестуй фапт дуче де асеменя ла диферите грешель.

◆ **Проблема 1.8.** Ун корп, асупра кэруя акционязэ кытева форце, се мишкэ униформ акчелерат ши ректилиниу ку акчелерация a. Витеза инициалэ а корпулуй а фост егалэ ку зеро. Уна динтре форце е ориентатэ ын дирекция витезей ши депинде де тимп дупэ лежя линиарэ $F=\alpha t$. Сэ се калкулезе лукрул механик, пе каре-л ефектуязэ ачастэ форцэ ын интервалул де тимп $\Delta t=\tau-0=\tau$, дакэ мишкаря корпулуй а ынчепут одатэ ку акциуня форцей F.

Резолваре. Десеорь ынтылним урмэтоаря резолваре (грешитэ):

$$A=P_{\text{мед}}\cdot\tau=F_{\text{мед}}\cdot v_{\text{мед}}\cdot\tau, \qquad (1)$$

унде

$$F_{\text{мед}}=\frac{0+a\tau}{2},\qquad v_{\text{мед}}=\frac{0+a\tau}{2} \qquad (2)$$

ши

$$A=\frac{a\alpha\tau^3}{4}. \qquad (3)$$

Аич форца медие ши витеза медие (2) ау фост калкулате корект. Ну е коректэ формула $P_{\text{мед}}=F_{\text{мед}}\cdot v_{\text{мед}}$. Резолваря коректэ есте:

$$A=(F\cdot v)_{\text{мед}}\cdot\tau=\tau a\alpha(t^2)_{\text{мед}}=\frac{a\alpha\tau^3}{3}. \qquad (4)$$

Нотэ: Медия дупэ аргументул t ал функцией $f(t)$ се калкулязэ дупэ формула

$$f_{\text{мед}}=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}f(t)dt.$$

Реферитор ла проблема 1.9 авем:

$$(t^2)_{\text{мед}}=\frac{1}{\tau-0}=\int_0^{\tau}t^2dt=\frac{\tau^2}{3}.$$

Ын казул депенденцей линиаре ($f=bt$) обцинем:

$$f_{\text{мед}}=\frac{b}{(t_2-t_1)}\int_{t_1}^{t_2}tdt=\frac{b(t_2^2-t_1^2)}{2(t_2-t_1)}=\frac{bt_2+bt_1}{2}=\frac{f_1+f_2}{2},$$

адикэ путем аплика медия аритметикэ.

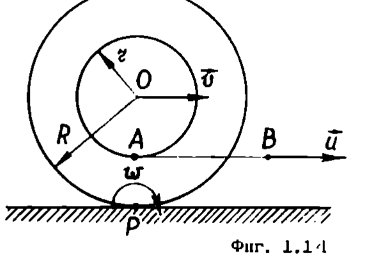
Пентру а калкула лукрул механик ал форцей де атракцие универсалэ ын унеле кэрць се фолосеште медия жеометрикэ а ачестей форце, обцинынду-се астфел ун резултат корект. Ын примул рынд аич е ворба де о симплэ коинчиденцэ. Ын ал дойля рынд, е греу сэ ынцележь сенсул физик ал ачестей валорь медий. Ын ал трейля рынд, е мулт май симплу сэ фолосим интеграла дефинитэ пентру а калкула диферите мэримь (друмул, сарчина, лукрул ш. а.) декыт сэ апелэм ла диферите мэримь медий.

§ 4. Ролул интуицией ла резолваря проблемелор

Интуиция есте прима етапэ де куноаштере, фиинд урматэ нумайдекыт де довезь, каре десеорь пот сэ не кондукэ ла ун алт резултат, унеорь опус челуй суҗерат де интуиции. Сэ резолвэм кытева проблеме.

◆ **Проблема 1.9.** Ун мосор де разэ R се ростоголеште фэрэ алунекаре пе о супрафацэ оризонталэ. Пе партя дин мижлок а мосорулуй де разэ r есте ынфэшуратэ аца, капэтул B ал кэрея аре витеза u (фиг. 1.14). Сэ се детермине дирекция ши модулул витезей v а аксей мосорулуй.

Резолваре. Ла прима етапэ де резолваре, кынд требуе сэ детерминэм дирекция витезей пунктулуй O (а аксей че интерсектязэ планул фигурий ын пунктул O) интуиция не суҗерязэ кэ витеза $\vec{v}$ а пунктулуй O ва фи ориентатэ опус дирекцией витезей $\vec{u}$. Тоате персоанеле, кэрора ауторул ле-а пропус ачастэ проблемэ, ау фост ануме де ачастэ пэрере, деоарече дин експериенцэ штим, кэ трэгынд аца ынфэшуратэ пе мосор ынтр'о дирекцие, мосорул се мишкэ ын дирекцие опусэ. Дар сэ ну не бизуим пря мулт пе интуиции. Дупэ кум с'а менционат май сус, е невое де довезь. Пунктул P де танҗенцэ а мосорулуй ку планул оризонтал аре витеза егалэ ку зеро, деоарече мосорул се ростоголеште фэрэ алунекаре. Де аич резултэ, кэ мишкаря мосорулуй ын моментул дат поате фи консидератэ ка о мишкаре де ротацие ын журул аксей, че тречe прин пунктул P перпендикулар пе планул десенулуй. Пунктул P се нумеште чентру инстантанеу ал витезелор ши есте ун пункт ал секциуний корпулуй пентру моментул дат (ын реалитате есте егалэ ку зеро витеза аксей че тречe прин пунктул Р). Ын алт момент дрепт чентру инстантанеу ва серви ун алт пункт ал секциуний. Деоарече пунктул A аре ачеяш витезэ ка ши B, путем траҗе конклузия, кэ мосорул се ротеште ын дирекция мишкэрий ачелор де часорник. Пунктул O, апарцинынд мосорулуй сау фиинд легат риҗид де ел, се ва мишка ын ачеяш дирекцие ка ши пунктул A,



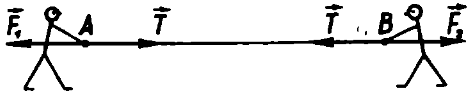
Фиг. 1.14

адикэ витеза луй $\vec{v}$ аре ачеяш дирекцие ка ши витеза $\vec{u}$. Дистанца динтре пунктул O ши акса де ротацие есте егалэ ку R, деч

$$v=\omega R. \tag{1}$$

Дистанца де ла пунктул A пынэ ла акса де ротацие есте $R-r$ ши

$$u=\omega(R-r). \tag{2}$$



Фиг. 1.15

Елиминынд витеза унгюларэ ω дин екуаццииле (1) ши (2), обцинем

$$v=\frac{R}{R-r}u. \tag{3}$$

Астфел, довезиле каре требуяу сэ конфирме сужестия интуицией, не-ау кондус ла ун резултат ку тотул опус, привинд дирекция витезей $\vec{v}$. Се поате наште ынтребаря: че не фачем ку експериенца ноастрэ де вяцэ, пе каре с'а базат интуиция. Фаптул е кэ ын проблема де май сус мосорул се ростоголеште фэрэ алунекаре, яр ын експериенцеле фолосите де ной аре лок ши алунекаря.

◆ **Проблема 1.10.** Дой копий траг де ун фир инекстенсибил импондерабил ын дирекций опусе ку форце егале ($F_1=F_2=F$) (фиг. 1.15). Сэ се детермине тенсиуня фирулуй.

Резолваре. Десеорь елевий рэспунд астфел: тенсиуня фирулуй есте егалэ ку $2F$. Ачест рэспунс а фост сужерат де интуиции. Дар, черчетынд екилибрул уней порциунь де фир де ла капэтул дин стынга (сау дин дряпта) ал фирулуй, обцинем: $F_1-T=0$ сау $F_2-T=0$, де унде $T=F_1=F_2$.

◆ **Проблема 1.11.** Ын лунгул екуаторулуй а фост инсталатэ о линие де телеграф, астфел ынкыт каблул ера липит де супрафаца Пэмынтулуй (Пэмынтул се ва консидера о сферэ идеалэ, фэрэ мунць, рыурь, вэй ш. а.). Кыць метри де каблу суплиментар ар требуи пентру а ридика тот каблул ла о ынэлциме де 3 м де асупра Пэмынтулуй?

Резолваре. Лунжимя екуаторулуй есте егалэ апроксиматив ку $4\cdot10^7$ м ши фиекаре метру требуе лунжит ку Δl ка сэ фие ридикат ла ынэлцимя де 3 м, деоаречe лунжимя чиркумферинцей се мэреште. Дакэ Δl ва фи егал ку 1 мм, ва фи невое ынкэ де $4\cdot10^4$ м де каблу. Ачастэ лунжиме ни се паре пря микэ, деоаречe ам пресупус кэ $\Delta l=1$ мм.

Сэ фачем калкулеле. Нотэм ку R_0 раза Пэмынтулуй, ку R раза чиркумферинцей каблулуй ридикат ла $h=3$ м, L_0 — лунжимя иницналэ а каблулуй, L — лунжимя луй риналэ. Атунч лунжимя каблулуй суплиментар

$$\Delta L=L-L_0=2\pi R-2\pi R_0=2\pi(R-R_0)=2\pi h=19 \text{ м}.$$

Резултатул обцинут е дестул де сурпринзэтор.

Ачесте екземпле не аратэ кэ ну ынтотдяуна прин интуицие путем афла солуция. Дарул интуицией ну е ыннэскут, чи апаре ын урма уней мунчь енорме, ка резултат ал резолвэрий мултор проблеме. Се аре ын ведере ну резолваря формалэ, кынд елевул се стэруе сэ меморизезе кыт май мулте проблеме. Интуиция ва апэря нумай атунч, кынд вом резолва проблема конштиент, вом кэута чя май скуртэ сау чя май коректэ кале де резолваре, кынд сынт анализате диферите казурь але депенденцей ачестуй резултат де дателе проблемей. Аич требуе сэ менционэм кэ лежиле физиче ши методеле лор де апликаре сынт униче пентру тоць, каре студиязэ физика, дар фиекаре ом аре ун мод де гындире, спечифик нумай луй. Деачея требуе сэ штим а фолоси коректа диферите кэрць, ын каре проблемеле сынт де акум резолвате. Ла прима етапэ, кынд ынчепем сэ резолвэм проблеме де сине стэтэтор, путем сэ читим проблема, апой резолваря ей. Де екземплу, ын ачест скоп пот фи фолосите кэрциле: В. А. Балаш «Проблеме де физикэ ши методе де резолваре», Кишинэу, «Лумина», 1970; А. С. Сибирский «Проблеме де физикэ пентру абитуриенць», Кишинэу, «Лумина», 1976 ши «Олимпиаде републикане де физикэ», Кишинэу, «Лумина», 1979.

Ла етапа а доуа, кынд де акум куноаштем методеле де резолваре пропусе де ауторь, путем резолва де сине стэтэтор про-

блеме дин алте кэрць сау дин кэрциле менционате май сус. Мунка ноастрэ ва фи нумайдекыт рэсплэтитэ: вом стабили кэ рэспунсуриле обцинуте де ной ши методеле де резолваре фолосите коинчид ку челе дин карте; десеорь рэспунсуриле коинчид, яр методеле сынт диферите. Ну вэ дескуражаць дакэ метода Д-воастрэ е май компликатэ. Димпотривэ, требуе сэ вэ мындриць кэ авець метода Д-воастрэ де резолваре ши аць гэсит-о сингурь. Дакэ рэспунсул обцинут ну коинчиде ку чел дин карте, май ынтый анализэм рэспунсул ностру (везь § 2). Дакэ не-ам конвинс кэ ел е корект, ну е ексклус ка ын карте сэ фие комисэ о грешалэ. Ачестя сынт казурь раре, дар се ынтымплэ.

Сэ дэм кытева екземпле, кынд интуиция не ажутэ ла резолваря проблемелор.

Екземплу 1. Се штие: дакэ ынтр'ун вас ку апэ плутеште о букатэ де гяцэ, ла топиря гецей нивелул апей дин вас ну се скимбэ; дакэ гяца плутеште ла суправаца де сепарацие динтре апэ ши улей, прин интуицие тражем конклузия кэ ла топиря гецей нивелул апей се ридикэ. Астфел ку ажуторул калкулелор требуе сэ демонстрэм ку кыт се ридикэ нивелул апей ши ку кыт се кобоарэ нивелул улеюлуй. Чититорулуй и се пропуне сэ демонстрезе ачест лукру дупэ студиеря капитолулуй III.

Екземплул 2. Дрепт алт екземплу, ын каре интуиция не сужерязэ каля коректэ де резолваре, поате серви проблема 2.2. Се штие кэ ун корп арункат суб ун унгь фацэ де оризонт ва збура ла о дистанцэ максимэ, кынд унгюл де арункаре есте егал ку 45°. Дакэ корпул е арункат суб ун унгь α фацэ де оризонт де пе о платформэ че се мишкэ оризонтал, атунч дистанца де збор а корпулуй ва фи максимэ атунч, кынд унгюл β динтре оризонт ши витеза корпулуй ын рапорт ку Пэмынтул диферэ де 45°. Ачест фапт стабилит прин интуицие не дэ посибилитатя сэ алежем каля коректэ де резолваре ши сэ ну пердем тимп ка сэ афлэм пентру че унгь α унгюл β ва фи егал ку 45°.

Е клар, кэ ну путем стабили стрикт ролул интуицией. Де екземплу, ун ом ышь дэ сама, кэ унгюл β диферэ де 45° (проблема 2.2.), ал дойля поате сэ калкулезе ын гынд, яр пентру ал трейля е ун лукру куноскут.

* * *

Поате оаре физика дин школэ сэ не офере ун резултат сурпринзэтор?

Вом да ун екземплу, каре ын форма чя май симплэ не

поате демонстра, кэ ши ын физика школарэ путем дескопери чева сурпринзэтор.

Сэ фачем урмэтоаря експериенцэ. Ынкэлзим ликидул динтр'ун калориметру ку ун ынкэлзитор електрик, спирала кэруя аре резистенца R егалэ ку 10 Ом ши есте алиментатэ де ла о батерие ку резистенца $r=5$ Ом ши форца електромотоаре $\mathcal{E}=15$ В. Пресупунем кэ спирала ынкэлзиторулуй а ешит дин функциуне. Ын проблемэ се спуне, кэ апа требуе сэ фярбэ ынтр'ун анумит интервал де тимп. Фие кэ авем ла диспозицие нумай о спиралэ ку резистенца $R_1=2{,}5$ Ом. Деч, конектынд ачастэ спиралэ ын локул челей арсе, требуе сэ калкулэм путеря ынкэлзиторулуй ку ноуа спиралэ ши сэ вэрсэм сау сэ адэугэм о кантитате де ликид астфел, ынкыт тимпул ферберий сэ рэмынэ ачелаш. Пентру ачаста скрием формула:

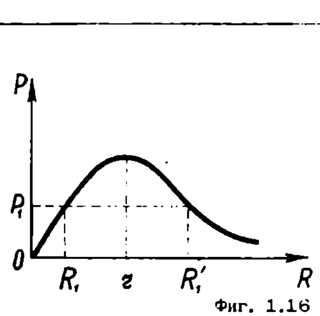
$$P_1=I^2R_1=\frac{\mathcal{E}^2R_1}{(r+R_1)^2}. \qquad (1.11)$$

Субституинд валориле нумериче, обцинем $P_1=10$ Вт. Резултатул е сурпринзэтор, деоарече ын примул каз ам калкулат тимпул ынкэлзирий реешинд ануме дин ачастэ валоаре а путерий.

Се наште ынтребаря: Оаре путеря ынкэлзиторулуй ну депинде де резистенца луй? Ын казул примей спирале путеря луй а фост 10 Вт, ын казул челей де а доуа — тот де 10 Вт. Ва рэмыне еа оаре ачеяш ши пентру алтэ спиралэ? Интуитив ажунжем ла конклузия кэ екзистэ кытева валорь але луй R, пентру каре путеря ынкэлзиторулуй есте ачеяш. Дар кыте валорь? Апаре идея: сэ черчетэм депенденца путерий P ын чиркуитул екстериор де резистенца екстериоарэ R. Нотэм прин $\mathcal{E}$ форца електромотоаре а сурсей де курент, прин r — резистенца ей интериоарэ, яр прин R — резистенца екстериоарэ. Атунч путеря ын чиркуитул екстериор ва фи:

$$P=\frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}. \qquad (1.12)$$

Графикул депенденцей P де R есте репрезентат ын фиг. 1.16.



Фиг. 1.16

Дин график есте евидент, кэ одатэ ку крештеря резистенцей екстериоаре путеря креште ши атинже валоаря максимэ пентру $R=r$. Уна ши

ачеяш путере P_1 поате фи обцинутэ пентру доуэ валорь диферите але резистенцей екстериоаре (R_1 ши R'_1).

Одатэ ку обцинеря ачестуй резултат, аць кларификат ситуация ын легэтурэ ку експериенца де май сус. Ынсэ пе лынгэ ачаста аць ефектуат ши о инвестигацие штиинцификэ де сине стэтэтоаре.

Вець фи поате дезамэжиць, афлынд кэ резолваря ачестей проблеме поате фи гэситэ апроапе ын орьче кулежере де проблеме. Дар дупэ ачаста вець симци нечеситатя де а резолва алте проблеме, каре ынкэ н'ау фост резолвате де нимень. Пентру ачаста ва фи невое сэ читиць литературэ суплиментарэ, сэ резолваць май мулте проблеме, сэ компунець сингурь проблеме.

2 МЕКАНИКА

§ 5. Пунктул материал

Кыт де греу ле есте лекторилор институцинилор супериоаре сэ-й факэ пе студенць сэ фолосяскэ ла локул кувенит ноциуня де витезэ а корпулуй. Дакэ о роатэ се ростоголеште фэрэ алунекаре пе о супрафацэ имобилэ, атунч витеза пунктулуй де танженцэ а роций ку ачастэ супрафацэ (чентрул инстантанеу ал витезелор) есте егалэ ку зеро, пентру орьче валоаре а витезей чентрулуй жеометрик ал роций. Адмитем кэ ачаста дин урмэ есте егалэ ку 30 км/орэ. Атунч екстремитатя де сус а диаметрулуй роций перпендикулар пе супрафаца де сприжин аре витеза егалэ ку 60 км/орэ. Витезеле челорлалте пункте ау валорь купринсе ынтре зеро ши 60 км/орэ. Прин урмаре, ноциуня де витезэ а корпулуй ын казул де фацэ, ка ши ын мулте алте казурь, н'аре сенс. Пропунынд ачест екземплу абитуриенцилор, десеорь аузим урмэторул рэспунс: «Дакэ дименсиуниле роций ар фи мичь ын компарацие ку дистанца паркурсэ де еа, атунч н'ар фи невое сэ дескрием мишкаря фиекэруй пункт ал ей ши, деч, ам путя ынтродуче ноциуня де витезэ а корпулуй (а роций)». Сэ резолвэм урмэтоаря проблемэ.

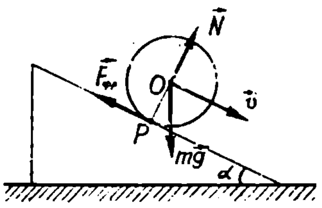
◆ **Проблема 2.1.** О роатэ ку раза де 0,1 м се ростоголеште фэрэ алунекаре пе ун план нетед ынклинат суб ун унгь де 30° фацэ де оризонт. Сэ се детермине витеза чентрулуй роций, дупэ че еа а паркурс о дистанцэ егалэ ку 20 м. Витеза инициалэ а роций есте егалэ ку зеро, яр маса ей ынтрягэ се консидерэ концентратэ ын обадэ.

Резолваре. Пентру а резолва ачастэ проблемэ вом аплика лежя консервэрий енержией меканиче. Асупра роций акционязэ трей форце (фиг. 2.1): форца де греутате $m\vec{g}$, форца де реакциуне а планулуй ынклинат (пресиуня нормалэ) $\vec{N}$ ши форца де фрекаре $\vec{F}_{фр}$.

Ултимеле доуэ форце ну ефектуязэ лукрул меканик: фор-

ца $\vec{N}$ е ориентатэ перпендикулар пе депласаре, яр форца де фрекаре е аппликатэ ын пунктул P ал роций (чентрул инстантанеу ал витезелор), витеза кэруя ын орьче момент есте егалэ ку зеро. Енержия меканикэ тоталэ а роций (май корект а системулуй де корпурь алкэтуит дин роатэ ши Пэмынт) есте о мэриме константэ:

$$Ч_1+П_1=Ч_2+П_2. \qquad (1)$$



Фиг. 2.1

Енержия чинетикэ а роций ын позиция инициалэ $Ч_1$ есте егалэ ку зеро ши, деч, екуация (1) я форма:

$$Ч_2=П_1-П_2. \qquad (2)$$

Енержия чинетикэ а роций ын позиция финалэ $Ч_2$ поате фи репрезентатэ ка сума дин тре енержия чинетикэ а роций ла мишкаря ей де транслацие $\left(Ч_2'=\frac{mv^2}{2}\right)$ ши енержия чинетикэ а роций ла мишкаря ей де ротацие ын журул аксей че трече прин чентрул O $\left(Ч_2''=\frac{mv^2_{рот}}{2}\right)$:

$$Ч_2=\frac{mv^2}{2}+\frac{mv^2_{рот}}{2}, \qquad (3)$$

унде m есте маса роций, v — витеза чентрулуй роций, яр $v_{рот}$ — витеза пунктелор де пе обадэ ын мишкаря де ротацие ын журул аксей че трече прин чентрул роций ($v_{рот}=\omega R$, унде R есте раза роций). Дупэ кум с'а менционат ын § 4 витеза пунктулуй O поате фи консидератэ дрепт витеза луй ла мишкаря де ротацие а роций ын журул пунктулуй P (май бине зис, ын журул аксей че трече прин ачест пункт):

$$v=\omega R, \qquad (4)$$

де унде

$$\omega=\frac{v}{R}. \qquad (5)$$

Аша дар

$$v_{рот}=\omega R=\frac{v}{R}R=v. \qquad (6)$$

Субституинд (6) ын (3), обцинем:

$$Ч_2=mv^2. \qquad (7)$$

Диференца динтре енержииле потенциале але роций ын позицииле инициалэ ши142 финалэ есте детерминатэ де формула:

$$П_1—П_2=mgH=mg\,s\,\sin\alpha, \quad (8)$$

унде s есте дистанца паркурсэ де роатэ. Ынлокуинд (7) ши (8) ын (2), обцинем:

$$v=\sqrt{\frac{gs}{2}}. \quad (9)$$

Пунынд валориле нумериче, обцинем:

$$v=10 \text{ м/с}.$$

Дакэ вом пресупуне кэ тоате пунктеле роций ау ачеяш витезэ v_1, енержия чинетикэ ын позиция финалэ ва фи:

$$Ч_2=\frac{mv_1^2}{2}. \quad (10)$$

Ын ачест каз, субституинд (10) ши (8) ын (2), обцинем

$$v_1=\sqrt{sg}. \quad (11)$$

Орькыт де микэ ар фи раза роций, витеза адевэратэ а чентрулуй ей ну ва фи егалэ нич одатэ ку v_1 (де алтфел витезеле v ши v_1 нич ну депинд де раза роций). Аша дар, ку тоате кэ дименсиуниле роций сынт мулт май мичь декыт дистанца паркурсэ де еа ($R \ll s$), роата ну поате фи консидератэ пункт материал.

Пентру ун куб ку латура $a=10$ м, каре алунекэ пе ачелаш план фэрэ фрекаре, вом обцине резултатул (11), адикэ кубул поате фи консидерат пункт материал ын ачастэ проблемэ. Деч, ну дименсиуниле корпулуй, чи кондицииле проблемей детерминэ дакэ корпул поате фи консидерат пункт материал сау ну. Раза роций поате сэ тиндэ кэтре зеро, яр латура кубулуй кэтре инфинит ши, тотуш, кубул поате фи консидерат ун пункт материал, яр роата — ну. Кынд студием ынсэ екилибрул ачелуяш куб пе ун план ынклинат, ел ну май поате фи привит ка ун пункт материал. Нумай ын казул, кынд корпул ефектуязэ о мишкаре де транслацие, ну е невое сэ дескрием мишкаря фиекэруй пункт ал луй. Пентру астфел де мишкаре се пот ынтродуче нociуниле де депласаре, витезэ ши акчелерацие а корпулуй. Нумай ын ачест каз путем фолоси ын локул кувынтулуй пункт кувынтул корп.

§ 6. Друмул паркурс ши депласаря

Мулць абитуриенць ну пот фаче деосебире ынтре лунжимя друмулуй паркурс де ун корп ши депласаря луй. (Дупэ кум с'а менционат май сус, кынд спунем депласаря, витеза сау акчелерация корпулуй се аре ын ведере мишкаря луй де транслацие.) Друмул есте о мэриме скаларэ, егалэ ку лунжимя траекторией, пе каре с'а мишкат корпул ын интервалул де тимп дат, яр депласаря есте о мэриме векториалэ. Прин урмаре, ачесте мэримь ну пот фи егалате нич одатэ. Нумай модулул депласэрий поате фи егал ын унеле казурь ку друмул паркурс. Ачаста поате авя лок ын казул мишкэрий ректилиний а корпулуй. Ынсэ ар фи грешитэ афирмация, кэ модулул депласэрий корпулуй есте егал ку друмул паркурс де ачеста пентру орьче мишкаре ректилиние. Ла мишкаря унуй трен динтр'ун ораш ын алтул ши ынапой пе о линие дряптэ депласаря тренулуй ва фи егалэ ку зеро, яр друмул паркурс — ку дистанца дублэ динтре ачесте ораше.

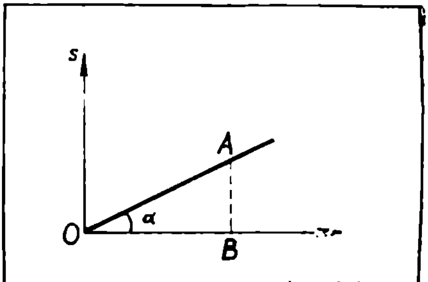
Пентру ка модулул депласэрий ла мишкаря ректилиние сэ коинчидэ ку мэримя друмулуй паркурс, е нечесар, ка витеза сэ ну-шь скимбе дирекция ын тимпул мишкэрий. Ын партикулар, ла мишкаря ректилиние униформэ, ачесте доуэ мэримь (модулул депласэрий ши друмул) сынт ынтотдяуна егале.

§ 7. Репрезентаря графикэ а мишкэрий

Депенденца коордонатей унуй корп де тимп ла мишкаря униформэ де-а лунгул аксей кореспунзэтоаре репрезинтэ график о линие дряптэ. Ын ачест каз траектория корпулуй есте де асеменя о линие дряптэ. Ынсэ е грешитэ конклузия: дакэ графикул депенденцей коордонатей де тимп е о линие дряптэ, атунч траектория корпулуй репрезинтэ де асеменя о дряптэ. Траектория корпулуй арункат суб ун унгь фацэ де оризонт репрезинтэ о параболэ, пе кынд графикул депенденцей де тимп а коордонатей x (акса x е ориентатэ оризонтал ши ситуатэ ын планул траекторией корпулуй) е о линие дряптэ. Де асеменя кынд графикул депенденцей де тимп а друмулуй паркурс де корп е о линие дряптэ, траектория луй поате фи орьче курбэ. Ынтр'адевэр, фаптул кэ графикул друмулуй унуй аутомобил ын функцие де тимп есте о линие дряптэ, ынсямнэ, кэ индикаторул витезометрулуй аратэ ачеяш витезэ. Дар ачаста ну ынсямнэ кэ аутомобилул требуе сэ се миште ректилиниу.

Унеорь, май ку самэ ын казул мишкэрий ректилиний, абитуриенций конфундэ графикул координатей корпулуй ку графикул друмулуй паркурс. Ачесте мэримь диферэ: друмул есте о мэриме стрикт позитивэ, яр координата поате луа валорь негативе.

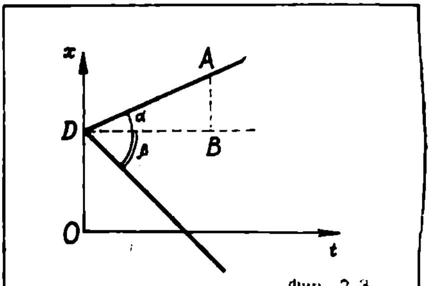
Модулул координатей де асеменя диферэ де друмул паркурс. Сэ демонстрэм ачаста пентру кэдеря либерэ а корпулуй (мишкаря аре лок де-а лунгул аксей y, ориентатэ вертикал ын сус). Дакэ корпул е арункат вертикал ын сус де пе суправаца Пэмынтулуй, атунч координата корпулуй y креште пынэ кынд корпул атинже ынэлцимя максимэ. Ла кэдере координата дескреште ши я валоаря зеро, кынд корпул атинже суправаца Пэмынтулуй. Друмул паркурс де корп, ынсэ, е о мэриме, каре нич кынд ну дескреште, ла кэдеря корпулуй пе суправаца Пэмынтулуй фиинд егалэ ку доуэ ынэлцимь максиме.



Фиг. 2.2

Ын сфыршит, ну требуе сэ конфундэм ын асеменя казурь координата корпулуй ку депласаря. Координата е о мэриме скаларэ, че поате фи позитивэ сау негативэ, пе кынд депласаря е о мэриме векториалэ. Депласаря ну депинде де системул де координате алес, яр координата е детерминатэ ын примул рынд де ачест систем.

Графикул депенденцей друмулуй де тимп ла мишкаря униформэ а корпулуй сау а депенденцей координатей де тимп ла мишкаря ректилинии униформэ де-а лунгул аксей кореспунзэтоаре репрезинтэ о линие дряптэ, каре формязэ ку акса тимпулуй ун унгь α, че депинде де мэримя витезей (фиг. 2.2 ши 2.3).



Фиг. 2.3

Ла ынтребаря: «Кум депинде унгюл α де витезэ?» аузим дееорь рэспунсул: «Директ пропорционал». Че-й дрепт, одатэ ку мэриря витезей v, унгюл α креште, дар ачаста ну ынсямнэ кэ α е директ пропорционал ку v. Фие $\alpha = 30°$ пентру ун корп, че се мишкэ

ку витеза v_0. Витеза ачестуй корп поате сэ се мэряскэ де 3 орь, дар унгюл α ну поате девени егал ку 90°, деоарече ачаста ар ынсемна, кэ витеза корпулуй есте инфинит де маре (май маре декыт витеза луминий).

Дин триунгюл OAB (фиг. 2.2) авем

$$\frac{|AB|}{|OB|}=\mathrm{tg}\,\alpha. \qquad (2.1)$$

Пе де алтэ парте, $|AB|=s$, яр $|OB|=t$ ши $\frac{|AB|}{|OB|}=\frac{s}{t}=v.$

Дин ачесте доуэ егалитэць путем траже конклузия, кэ танжента унгюлуй α есте егалэ ку валоаря нумерикэ а витезей:

$$\mathrm{tg}\,\alpha=v, \qquad (2.3)$$

де унде

$$\alpha=\mathrm{arc\,tg}\,v. \qquad (2.4)$$

Коордоната корпулуй се детерминэ дупэ формула

$$x=x_0+v_x t. \qquad (2.5)$$

Дин триунгюл DAB (фиг. 2.3) авем:

$$\frac{|AB|}{|DB|}=\mathrm{tg}\,\alpha. \qquad (2.6)$$

Конформ формулей (2.5) путем скрие:

$$\frac{|AB|}{|DB|}=\frac{x-x_0}{t}=v_x. \qquad (2.7)$$

Егалынд пэрциле дин дряпта але формулелор (2.6) ши (2.7), обцинем:

$$\mathrm{tg}\,\alpha=v_x, \qquad (2.8)$$

сау

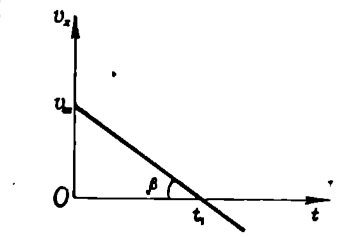
$$\alpha=\mathrm{arc\,tg}\,v_x. \qquad (2.9)$$

Дакэ корпул се мишкэ ын дирекция позитивэ а аксей x ($v_x>0$), унгюл е позитив ($\alpha>0$). Дакэ, ынсэ, корпул се мишкэ ын дирекция опусэ ($v_x<0$), унгюл е негатив ($\beta<0$).

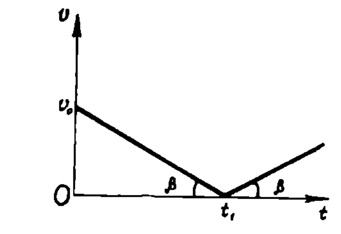
Ла мишкаря униформ акчелератэ требуе сэ фачем деосебире ынтре витезэ ши проекция витезей пе аксэ. Десеорь ачесте мэримь сынт конфундате, графикул пентру проекция витезей (фиг. 2.4) фиинд нумит графикул витезей.

Кынд спунем «графикул витезей», авем ын ведере нумай графикул депенденцей модулулуй витезей, каре е репрезентат ын фиг. 2.5.

Графичеле репрезентате ын фигуриле 2.4 ши 2.5 кореспунд мишкэрий корпулуй арункат вертикал ын сус ку витеза инициалэ v_0 (акса x е ориентатэ вертикал ын сус). Ын моментул $t_1=\frac{v_0}{g}$ корпул атинже ынэлцимя максимэ ($v_x=0$, $v=|v_x|=0$). Пентру $t>t_1$ проекция витезей пе акса x е негативэ ($v_x<0$), деоарече $v_x=v_{0x}-gt=v_0-gt=gt_1-gt=)g(t_1-t)<0$, яр модулул витезей $v=|v_x|=g|(t_1-t)|>0$.



Фиг. 2.4



Фиг. 2.5

Дин математикэ се штие, кэ графикул депенденцей инверс пропорционале репрезинтэ о хиперболэ. Унеорь дин формула пентру витезэ ла мишкаря униформэ $v=\frac{s}{t}$ се траже конклузия (грешитэ), кэ витеза есте инверс пропорционалэ ку тимпул, ши, деч, графикул ей ка функцие де тимп требуе сэ фие де асеменя о хиперболэ. Ла база ачестей грешель се афлэ фаптул кэ пентру а конструи графикул уней мэримь ын функцие де аргументул ачестея, челелалте мэримь требуе сэ фие константе. Друмул s дин формула пентру витезэ есте ынсэ ши ел о функцие де тимп.

§ 8. Резолваря проблемелор де чинематикэ

Проблемеле де чинематикэ ну сынт, де обичей, гренле. Ла резолваря проблемелор привинд мишкаря корпулуй арункат суб ун унгь фацэ де оризонт (аич се яу ын консидерацие ши казуриле кынд корпул е арункат вертикал ын сус сау ын дирекцие оризонталэ), десеорь апар екуаций патрате, деспре каре с'а менционат ын § 2. Май греле пар а фи проблемеле реферитоаре ла компунеря витезелор. Вом екзамина аич ун екземплу, дин каре се ва ведя кэ ын проблемеле де ачест тип принчипалул е сэ цинем конт де карактерул векториал ал ком-

пунерий витезелор ши сэ ну не базэм пря мулт пе интуиции.

◆ **Проблема 2.2.** Пе о платформэ, каре се мишкэ ректилиниу ку витеза u ын дирекция оризонталэ, сэ афлэ дой оамень. Унул дин ей арункэ о пятрэ ын дирекция мишкэрий платформей, яр челэлалт — ын дирекцие опусэ. Суб че унгь α фацэ де оризонт требуе сэ арунче пятра фиекаре дин ей, пентру ка дистанца де збор а петрелор сэ фие максимэ? Фиекаре ом импримэ петрей о витезэ инициалэ егалэ ку v_0. Ынэлцимя платформей ши а оаменилор се неглижазэ.

Резолваре. Кынд платформа есте имобилэ, чей дой оамень се афлэ ын ачеляшь кондиций ши дистанца де збор а петрелор се детерминэ дупэ формула:

$$s=\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \tag{1}$$

Дистанца де збор ва фи максимэ пентру $\alpha=45°$.

Дакэ платформа се мишкэ ку витеза $\vec{u}$, витеза петрей ын рапорт ку Пэмынтул ва фи егалэ ку сума витезелор $\vec{u}$ ши $\vec{v}_0$:

$$v=\vec{v}_0+\vec{u}, \tag{2}$$

унде $\vec{v}_0$ есте витеза петрей ын рапорт ку платформа.

Примул ом арункэ пятра ынапой (ын дирекцие опусэ витезей $\vec{u}$) (фиг. 2.6) суб ун унгь α_1 фацэ де оризонт, яр ал дойля — ынаинте суб ун унгь α_2 (фиг. 2.7).

Сэ анализэм примул каз (фиг. 2.6). Витеза петрей $\vec{v}_1$ ын рапорт ку Пэмынтул е ориентатэ ын моментул инициал суб ун унгь β_1 фацэ де оризонт. Прин урмаре, дистанца де збор а примей петре ва фи

$$s_1=\frac{v_1^2 \sin 2\beta_1}{g}. \tag{3}$$

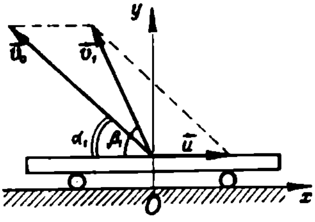
Ынсэ ну вэ грэбиць сэ спунець, кэ дистанца s_1 ва фи максимэ пентру $\beta_1=45°$ прин аналожие ку s дин формула (1). Ын формула (1) тоате мэримиле дин партя дряптэ ын афарэ де α сынт константе ши експресия дин дряпта есте максимэ, кынд $\sin 2\alpha=1$ сау $\alpha=45°$. Ын формула (3) ынсэ v_1 есте ши еа о мэриме вариабилэ че депинде де унгюл, суб каре пятра е арункатэ, адикэ де α_1.

Скрием формула (2) пентру прима пятрэ:

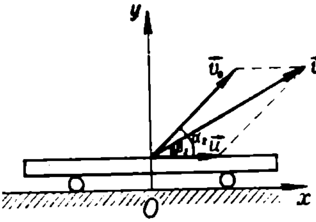
$$\vec{v}_1=\vec{v}_0+\vec{u}. \tag{4}$$

Проектынд ачастэ екуацие пе акселе де коордонате, обцинем:

$$\begin{aligned} -v_1\cos\beta_1 &= u-v_0\cos\alpha_1,\\ v_1\sin\beta_1 &= v_0\sin\alpha_1. \end{aligned} \tag{5}$$



Фиг. 2.6



Фиг. 2.7

Субституим (5) ын (3) ши, деоарече $v_1^2\sin 2\beta_1=2(v_1\sin\beta_1)\times$ $\times(v_1\cos\beta_1)$, обцинем

$$s_1=\frac{2}{g}v_0\sin\alpha_1(v_0\cos\alpha_1-u). \tag{6}$$

Апликынд метода деривэрий, афлэм кэ дистанца s_1 ва фи максимэ пентру

$$\cos\alpha_1=\frac{u}{4v_0}+\sqrt{\left(\frac{u}{4v_0}\right)^2+\frac{1}{2}}. \tag{7}$$

Рэдэчина негативэ пентру $\cos\alpha_1$ ну аре сенс физик, деоарече $0<\alpha_1<\frac{\pi}{2}$. Дин формула (7) есте евидент, кэ $\cos\alpha_1>\frac{\sqrt{2}}{2}$, де унде резултэ, кэ $\alpha_1<45°$.

Ын мод аналог детерминэм, кэ дистанца де збор s_2 а петрей а доуа ва фи максимэ пентру

$$\cos\alpha_2=-\frac{u}{4v_0}+\sqrt{\left(\frac{u}{4v_0}\right)^2+\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Рэдэчина а доуа (ку семнул минус) пентру $\cos\alpha_2$ ну аре сенс. Атыт резултатул (7), кыт ши (8) поате фи верификат, апли-

кынд казул лимитэ $u \to 0$, ын каре требуе сэ обцинем: $\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, адикэ $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$.

Дакэ пунем ын (7) $u > v_0$, авем $\cos \alpha_1 > 1$. Дар ачаста ну ынсямнэ, кэ результатул (7) е грешит. Ной ам проектат екуация (4) пе акселе де координате, пресупунынд кэ векторул $\vec{v}_1$ е ориентат ынапой ($v_{1x} < 0$) (фиг. 2.6). Ынсэ ынчепынд де ла анумите валорь але витезей $\vec{u}$ витеза $\vec{v}_1$ ва фи де акум ориентатэ ынаинте ($v_{1x} > 0$) ку тоате кэ витеза $\vec{v}_0$ есте ориентатэ ынапой ($v_{0x} < 0$). Кондиция $\cos \alpha_1 < 1$ не аратэ пентру че валорь але витезей u солуция (7) е коректэ. Пунынд ын (7) $\cos \alpha_1 < 1$, обцинем $u < v_0$. Дакэ $u > v_0$, дистанца де збор ва авя валоаре максимэ, кынд витеза v_0 е ориентатэ ынаинте $\cos \alpha_1 < 0$. Ачест результат се концине ын рэдэчина негативэ, каре ымпреунэ ку фиг. 2.6 ну аре сенс, деоарече ын кондицииле проблемей се спуне кэ пятра ын ачест каз а фост арункатэ ынапой.

§ 9. Статика

Форца се характеризязэ прин модул, дирекцие ши пунктул ей де апликацие. Пунктул де апликацие ал форцей ши дирекция ей детерминэ линия де акциуне а форцей, адикэ дряпта де-а лунгул кэрея есте ориентатэ форца. Форца поате фи депласатэ нумай де-а лунгул линией сале де акциуне (ын лимителе унуй корп рижид), дар нич де кум ну поате фи деплаcатэ паралел ку позиция са инициалэ.

Доуэ форце, линииле де акциуне але кэрора се интерсектязэ, ау о результантэ егалэ ку сума векториалэ а ачестор форце. Форца результантэ се детерминэ дупэ регула паралелограмулуй сау а триунгюлуй. Линия де акциуне а форцей результанте трече прин пунктул де интерсекцие ал линиилор де акциуне але форцелор компоненте. Апликынд консекутив регула паралелограмулуй сау конструинд полигонул де форце, путем обцине результанта май мултор форце, че акционязэ асупра унуй корп рижид. Тоталитатя де форце апликате асупра унуй корп рижид о вом нуми систем де форце. Е фоарте импортант сэ цинем конт де фаптул кэ нумай ун систем де форце конкуренте (форцеле, линииле де акциуне але кэрора се интерсектязэ ынтр'ун сингур пункт) поате фи редус ла о результантэ, апликынд регула паралелограмулуй сау полигонулуй де форце.

Пентру ка ун корп рижид, асупра кэруя акционязэ ун систем де форце конкуренте, сэ се афле ын екилибру, е нечесар

ши суфичиент ка резултанта ачестор форце се фие егалэ ку зеро сау ка сума проекциилор тутурор форцелор пе фиекаре дин челе трей аксе де коордонате сэ фие егалэ ку зеро:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \\ \sum F_{ky} &= 0, \\ \sum F_{kz} &= 0. \end{aligned} \qquad (2.10)$$

Ын челе че урмязэ, вом студия нумай системе плане де форце (тоате форцеле апликате асупра рижидулуй дат сынт ситуате ынтр'ун план). Пентру ка ун корп рижид сэ се афле ын екилибру суб акциуня унуй систем план де форце конкуренте е нечесар ши суфичиент ка сума проекциилор форцелор пе челе доуэ аксе де коордонате речипрок перпендикуларе сэ фие егалэ ку зеро:

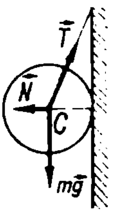
$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \\ \sum F_{ky} &= 0. \end{aligned} \qquad (2.11)$$

Ачесте кондиций де екилибру репрезинтэ доуэ екуаций, дин каре пот фи детерминате нумай доуэ мэримь некуноскуте. Дакэ вом егала ку зеро сума проекциилор форцелор пе о а трея аксэ, вом обцине о екуацие, каре репрезинтэ о комбинацие а примелор доуэ. Астфел, дакэ асупра унуй корп акционязэ ун систем план де форце конкуренте, проблема поате сэ концинэ ну май мулт де доуэ некуноскуте. Ын казул кынд нумэрул некуноскутелор депэшеште нумэрул де екуаций алкэтуите, проблема се нумеште статик недетерминатэ ши ну поате фи резолватэ прин методеле статичий.

Сынт казурь, кынд абитуриенций резолвэ корект проблемеле де статикэ, дар ну пот рэспунде ла ынтребаря: «Де че о анумитэ форцэ есте ориентатэ ын дирекция индикатэ ын десен ши ну алтфел?». Сэ черчетэм урмэторул екземплу: О билэ оможенэ суспендатэ де ун фир се сприжинэ де ун перете нетед. Куноскынд лунжимя фирулуй, раза ши форца де греутате а билей, требуе сэ детерминэм форца, ку каре била апасэ асупра перетелуй (фиг. 2.8).

Резолваря е симплэ, дар мулць елевь ну пот сэ експличе де че прелунжиря фирулуй тречe прин чентрул билей. Асупра билей акционязэ трей форце: форца де греутате $m\vec{g}$, каре есте апликатэ ын чентрул жеометрик C ал билей (била се консидерэ оможенэ), форца де пресиуне екзерчитатэ де перете асупра билей $\vec{N}$, каре фиинд перпендикуларэ пе планул танжент

ла билэ, трече де асеменя прин чентрул ей ши тенсиуня фирулуй $\vec{T}$. Ын статикэ екзистэ теорема деспре трей форце непаралеле, каре поате фи формулатэ астфел: *дакэ ун корп рижид, асупра кэруя акционязэ трей форце непаралеле, се афлэ ын екилибру, ачесте трей форце сынт ситуате ын унул ши ачелаш план, яр линииле лор де акциуне се интерсектязэ ынтр'ун сингур пункт*. Демонстрация ачестей теореме се базязэ пе фаптул кэ форца а трея, пентру а се екилибра ку резултанта примелор доуэ форце, требуе сэ акционезе пе ачеяш линие ку резултанта.



Фиг. 2.8

Дакэ форцеле, че акционязэ асупра унуй корп, формязэ ун систем план де форце, дар ну сынт конкуренте, атунч вом авя трей кондиций де екилибру: сума проекциилор тутурор форцелор пе фиекаре дин челе доуэ аксе де координате речипрок перпендикуларе, ситуате ын планул де акциуне ал форцелор, требуе сэ фие егалэ ку зеро ши сума алжебрикэ а моментелор ачестор форце ын рапорт ку орьче пункт A дин планул лор де акциуне сэ фие, де асеменя, егалэ ку зеро:

$$\sum F_{kx}=0,\quad \sum F_{ky}=0,\quad \sum F_{kA}=0. \tag{2.12}$$

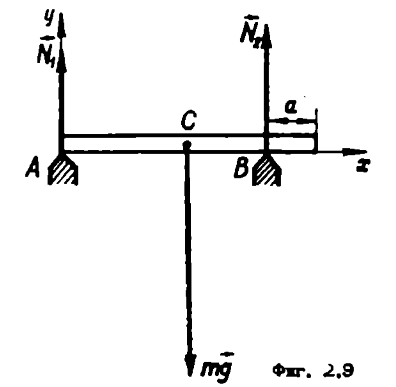
Ын казул партикулар ал форцелор паралеле рэмын нумай доуэ кондиций: пентру ка ун корп рижид, асупра кэруя акционязэ ун систем план де форце паралеле, сэ фие ын екилибру, е нечесар ши суфичиент ка сума проекциилор форцелор пе о аксэ неперпендикуларэ пе форце ши сума алжебрикэ а моментелор форцелор ын рапорт ку орьче пункт ситуат ын планул форцелор сэ фие егалэ ку зеро.

$$\sum F_{ky}=0,\quad \sum M_{kA}=0. \tag{2.13}$$

Ултима кондицие де екилибру дин амбеле казурь, нумитэ ын мануале регула моментелор, репрезинтэ унеле дификултэць

пентру елевь ши абитуриенць. Кауза е, кэ ын мануале ачастэ регулэ а фост формулатэ пентру екилибрул корпурилор, каре ау о аксэ фиксэ де ротацие. Деачея мулць кред, кэ еа ну поате фи апликатэ ын казул унуй корп либер (фэрэ легэтурь, кум есте акса де ротацие). Сэ резолвэм урмэтоаря проблемэ.

◆ **Проблема 2.3.** Дой оамень дук о бырнэ ку маса де 100 кг ши лунжимя l де 5 м. Унул дин ей цине бырна де ун капэт, яр челэлалт — ла дистанца де 1 м де ла капэтул ал дойля (фиг. 2.9). Детерминаць форцеле, ку каре бырна акционязэ асупра фиекэруй ом.



Фиг. 2.9

Пентру резолваря ачестей проблеме обсервэм май ынтый, кэ тоате форцеле, че акционязэ асупра бырней, сынт паралеле ши ситуате ынтр'ун план. Ориентынд акса y вертикал ын сус, алкэтуим прима екуацие (сума проекциилор тутурор форцелор пе акса y о егалэм ку зеро):

$$\sum F_{ky}=0, \text{ адикэ } N_1+N_2-mg=0. \qquad (1)$$

Н'аре сенс сэ проектэм форцеле пе акса x, фииндкэ вом обцине о идентитате (зеро есте егал ку зеро). Астфел авем о екуацие ши доуэ некуноскуте. Ынсэ, деши корпул н'аре аксэ фиксэ де ротацие, регула моментелор поате фи формулатэ ын рапорт ку орьче пункт дин планул форцелор. Ын принчипиу, орьче пункт ал бырней (ши ал планулуй ынтрег) поате серви ка пункт, прин каре трече акса де ротацие посибилэ перпендикуларэ пе планул де акциуне ал форцелор. Де екземплу, дакэ ун ом се аплякэ, атунч бырна се ротеште ын журул умэрулуй омулуй ал дойля ши инверс. Сау ун ом поате сэ се ридиче, яр челэлалт сэ кобоаре. Ын ачест каз акса де ротацие поате сэ трякэ прин орьче пункт, инклусив прин чентрул де греутате C ал бырней.

Алкэтуинд екуация моментелор ын рапорт ку чентрул де греутате C, авем:

$$-N_1\frac{l}{2}+N_2\left(\frac{l}{2}-a\right)=0. \qquad (2)$$

Ын системул де екуаций (1) ши (2) фигурязэ доуэ некуноскуте (N_1 ши N_2).

Резолвынд ачест систем, обцинем:

$$N_1 = \frac{mg(l-2a)}{2(l-a)}, \quad N_2 = \frac{mgl}{2(l-a)}.$$

Требуе сэ менционэм, кэ ын казул форцелор параделе кондицииле де екилибру се пот формула ши ын фелул урмэтор: пентру ка ун корп рижид суб акциуня унуй систем план де форце параделе сэ се афле ын екилибру е нечесар ши суфичиент ка сумеле моментелор тутурор форцелор ын рапорт ку доуэ пункте ситуате ын планул форцелор сэ фие егале ку зеро:

$$\begin{aligned} \sum M_{kA} &= 0, \\ \sum M_{kB} &= 0. \end{aligned} \tag{2.14}$$

Дряпта, каре275 трече прин ачесте доуэ пункте, требуе сэ ну фие паралелэ ку форцеле дате, алтфел вом обцине доуэ екуаций идентиче. Дакэ прин пунктеле, ын рапорт ку каре формулэм регула моментелор, вор трече форцеле некуноскуте, атунч вом обцине доуэ екуаций, фиекаре дин еле концинынд нумай кыте о сингурэ некуноскутэ. Дакэ ын проблема де май сус вом луа $\sum M_{kB} = 0$, вом обцине о екуацие, ын каре фигурязэ нумай некуноскута N_1. Адикэ $-N_1(l-a) + mg\left(\frac{l}{2} - a\right) = 0$, де унде обцинем N_1. Прин урмаре, алежеря кибзуитэ а ачестор доуэ пункте дуче ла симплификаря резолвэрий системулуй де екуаций.

§ 10. Лежиле луй Ньютон

Деши чинематика ши статика ау о импортанцэ де сине стэтэтоаре, ачесте пэрць але меканичий пот фи привите ка о ынтродучере ын партя а трея а меканичий — динамика. Челе май мулте проблеме дин меканикэ, де каре сынт преокупаць ын презент саванций ши инжинерий, сынт дин домениул динамичий.

Тоате проблемеле дин динамикэ пот фи ымпэрците ын доуэ категорий: проблеме, ын каре куноаштем мишкаря корпулуй ши се чере сэ се афле форцеле, че акционязэ асупра луй; проблеме, ын каре сынт дате форцеле, че акционязэ асупра корпулуй, ши се чере сэ се детермине лежиле мишкэрий луй. Мажо-

ритатя проблемелор дин динамикэ фак парте дин категория а доуа (проблема принчипалэ а динамичий).

Ла база динамичий се афлэ лежиле луй Ньютон. Есте фоарте импортант сэ ну се комитэ грешель ла формуларя ачестор лежь.

Лежя а доуа а луй Ньютон (лежя фундаменталэ а динамичий) е формулатэ ын мануале ын май мулте етапе: ынтр'ун параграф се спуне, кэ ***форца есте егалэ ку продусул динтре маса корпулуй ши акчелерация, пе каре й-о комуникэ ачастэ форцэ.*** Партя а доуа а лежий (...ын системе инерциале де реферинцэ...) о гэсим ын алт параграф. О варнантэ май реушитэ а формулэрий ачестей лежь есте урмэтоаря:

Форца, каре акционязэ асупра унуй пункт материал, ый комуникэ ачестуя о акчелерацие, каре ынтр'ун систем инерциал де реферинцэ есте пропорционалэ ку мэримя форцей ши аре ачеяш дирекцие ка ши форца.

Ын формэ аналитикэ лежя а доуа а луй Ньютон се скрие суб форма уней екуаций, каре се нумеште *екуация фундаменталэ а динамичий:*

$$m\vec{a}=\vec{F}. \qquad (2.15)$$

Дакэ асупра пунктулуй материал акционязэ май мулте форце, атунч $\vec{F}$ дин екуация (2.15) репрезинтэ резултанта ачестора ши лежя а доуа а луй Ньютон ын каз женерал поате фи скрисэ суб форма:

$$m\vec{a}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ \dots\ +\vec{F}_n. \qquad (2.16)$$

Нотэ. Е липситэ де сенс дискуция пе тема: кум е корект·сэ скрием лежя а доуа а луй Ньютон: $\vec{F}=m\vec{a}$, $m\vec{a}=\vec{F}$ сау $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$. Дин пунктул де ведере ал математичий ачесте трей форме сынт абсолут идентиче ши ну требуе сэ ле атрибуим диферите сенсурь физиче.

Екуация (2.16) поате фи аппликатэ ну нумай унуй пункт материал, чи ши орькэруй систем меканик, ын партикулар, орькэруй корп. Ын ултимул каз форцеле дин партя дряптэ а екуацией вор фи форцеле екстериоаре (челе интериоаре се екилибрязэ, конформ лежий а трея а луй Ньютон), $\vec{a}$ ва фи акчелерация чентрулуй маселор системулуй (корпулуй), яр m — маса системулуй (корпулуй). Пентру корпурь де дименсиунь мичь ын рапорт ку раза Пэмынтулуй чентрул маселор ачестор корпурь коинчиде ку чентрул лор де греутате.

Ын легэтурэ ку ачаста се поате спуне, кэ ну е коректэ афирмация: «Ын реалитате ачастэ конклузие (прима леже а луй Ньютон) е адевэратэ нумай пентру ун пункт материал сау пентру корпуриле, каре ефектуязэ нумай мишкэрь де транслацие». Ынтр'адевэр, дакэ пентру ун корп, каре ефектуязэ о мишкаре арбитрарэ, сума форцелор екстериоаре есте егалэ ку зеро, атунч конформ екуацией (2.16) авем

$$\vec{a}_C=0. \qquad (2.17)$$

унде $\vec{a}_C$ есте акчелерация чентрулуй маселор (чентрулуй де греутате) ачестуй корп. Дар (2.17) ну ынсямнэ алтчева декыт мишкаря ректилиние униформэ ($\vec{v}_C=\text{const}$) а чентрулуй де греутате, сау старя луй де репаус, каре есте ун каз партикулар ал мишкэрий ректилиний униформе ($\vec{v}_C=0$). Аша дар, прима леже а луй Ньютон есте жустэ ши пентру чентрул де греутате ал корпулуй. Ла резолваря проблемелор референтоаре ла динамика пунктулуй материал, динамика чентрулуй де греутате сау динамика мишкэрий де транслацие а корпурилор апликэм екуация (2.16). Есте импортант сэ ориентэм коpект форцеле апликате корпулуй, ка резултанта лор сэ айбэ ачеяш дирекцие ка ши акчелерация луй.

◆ **Проблема 2.4.** О билэ, авынд маса m, е суспендатэ де ун фир импондерабил инекстенсибил де таванул унуй вагон, че се мишкэ ку акчелерация a ын дирекцие оризонталэ. Сэ се афле форца де тенсиуне а фирулуй.

Резолваре. Сынтем обишнуиць, кэ ын старе де екилибру (пендулул ну осчилязэ) фирул пендулулуй математик есте вертикал. Дакэ вом десена фирул вертикал ши вом репрезента форцеле, че акционязэ асупра билей, вом ажунже ла о контрадикцие.

Екуация (2.16) пентру билэ ва фи:

$$\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}. \qquad (1)$$

Форца де тенсиуне а фирулуй $\vec{T}$ ши форца де греутате $m\vec{g}$ сынт вертикале ши резултанта лор ну поате фи ориентатэ ын ачеяш дирекцие ка ши акчелерация.

Екуация (1) а фост алкэтуитэ корект, ынсэ а фост ориентатэ грешит тенсиуня фирулуй. Пентру ка доуэ форце ($\vec{T}$ ши $m\vec{g}$) сэ поатэ комуника билей о акчелерацие ориентатэ ори-

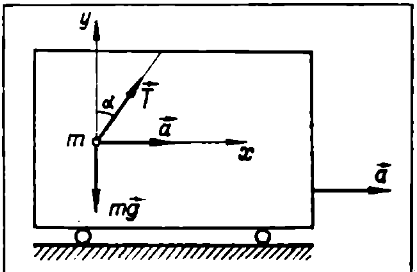
зонтал, фирул требуе сэ се ынклине суб ун унгь оарекаре α фацэ де вертикалэ (фиг. 2.10).

Проектынд екуация (1) пе акселе x ши y, авем:

$$T \sin \alpha = ma,$$
$$T \cos \alpha = mg. \qquad (2)$$

Елиминынд унгюл α дин ачесте екуаций (прин ридикаря ла патрат ши адунаря лор), обцинем:

$$T = m\sqrt{a^2+g^2}. \qquad (3)$$



Фиг. 2.10

Референтор ла лежя а трея а луй Ньютон ын мануал есте евиденциятэ урмэтоаря фразэ *«...форцеле каре апар ла интеракциуня корпурилор сынт апликате ла диферите корпурь ши деачея еле ну се пот екилибра уна пе алта»*. Ачастэ афирмаце есте импортантэ ши неглижаря ей поате дуче ла диферите грешель. Де екземплу, ла ынтребаря: «Де че, акционынд ку мына асупра кэрций ку о форцэ оарекаре, ачастэ форцэ ну есте екилибратэ де форца де акциуне а кэрций асупра мыний? Ку алте кувинте, де че картя се мишкэ, доар авем доуэ форце егале ка модул ши опусе ка сенс?», путем аузи рэспунсул: «Маселе ачестор корпурь сынт диферите» сау кяр ши «форцеле сынт диферите».

§ 11. Фрекаря

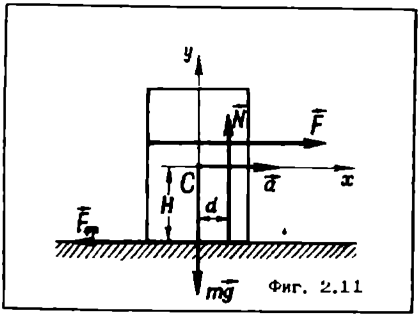
Форца де фрекаре ымпедикэ мишкаря корпулуй; лукрул форцей де фрекаре есте негатив; форца де фрекаре есте егалэ ку продусул динтре форца де пресиуне нормалэ ши коефичиентул де фрекаре. Ачесте афирмаций категориче десеорь ле путем аузи де ла абитуриенць. Ын ачест параграф не вом конвинже, кэ екзистэ ши ексчепций.

◆ **Проблема 2.5.** Ун бэят ымпинже ун дулап ку о форцэ де 100 Н, маса дулапулуй есте егалэ ку 50 кг, яр коефичиентул де фрекаре динтре дулап ши подя есте егал ку 0,4. Сэ се детермине ку че акчелерацие се ва мишка дулапул.

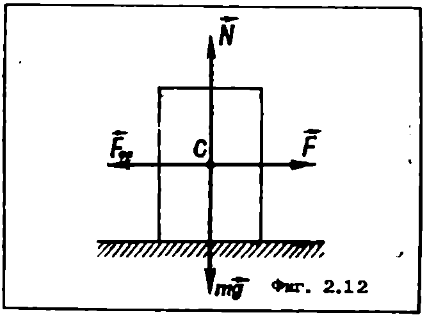
Резолваре. Вом да май ынтый о резолваре пропусэ де ун елев, каре а ынсушит бине метода резолвэрий проблемелор, привинд динамика пунктулуй материал (динамика мишкэрий де транслацие а корпулуй). Ачест елев компуне екуация фундаменталэ а динамичий:

$$\vec{F}+\vec{N}+m\vec{g}+\vec{F}_{фр}=m\vec{a}, \tag{1}$$

унде $\vec{F}$ есте форца, ку каре бэятул акционязэ асупра дулапу-



Фиг. 2.11



Фиг. 2.12

луй (фиг. 2.11), $\vec{N}$ — реакциуня поделей, $\vec{F}_{фр}$ — форца де фрекаре, m — маса дулапулуй ши $\vec{a}$ — акчелерация луй.

Проектынд екуация (1) пе акселе x ши y, елевул обцине

$$\begin{aligned} F-F_{фр}&=ma_x,\\ N-mg&=0. \end{aligned} \tag{2}$$

Пунынд $F_{фр}=\mu N$, обцинем дупэ резолваря системулуй де екуаций (2):

$$a_x=\frac{F-\mu mg}{m}=-2м/с^2.$$

Обцинынд проекция акчелерацией негативэ, абитуриентул траже урмэтоаря конклузие: семнул минус не аратэ, кэ акчелерация е ориентатэ ын дирекцие опусэ аксей x. Прин урмаре, дулапул се мишкэ... спре бэят. Ам ажунс ла контрадикцие: ымпинжем дулапул ынаинте, яр ел вине спре ной ку о акчелерацие ну кяр аша де микэ. Грешала а фост комисэ атунч, кынд с'а пус $F_{фр}=\mu N$. Ын мануал се акцентуязэ, кэ ачаста е форца де репаус максимэ сау форца де фрекаре де алунекаре. Ын проблема датэ $F<\mu N$ ши $a=0$. Корпул се афлэ ын екилибру. Пунынд ын екуация (1) $a=0$ ши проектынд ачастэ екуацие пе акса x, афлэм форца де фрекаре: $F_{фр}=F$.

Нотэ. Модул де репрезентаре ал форцелор дин фиг. 2.11 е кам страниу, дар коректׂ. Ын мулте кэрць ын казурь симиларе путем ведя форцеле репрезентате ка ын фиг. 2.12.

Е о репрезентаре обишнуитэ, дар ну пря коректэ. Форца $\vec{mg}$ есте апликатэ ын чентрул де греутате. Пресупунем, кэ бэятул а гэсит чентрул де греутате ал дулапулуй ши ымпинже астфел, ынкыт линия де акциуне а форцей $\vec{F}$ сэ трякэ прин чентрул де греутате. Ынсэ ной н'авем дрептул сэ депласэм форца $\vec{F}_{фр}$ дин позиция са адевэратэ (фиг. 2.11) ын позиция дин фиг. 2.12. Прин урмаре, форцеле $\vec{F}$ ши $\vec{F}_{фр}$ тинд сэ ротяскэ дулапул ын дирекция мишкэрий áчелор де часорник. Ка дулапул сэ ну се ротяскэ, форцеле $\vec{mg}$ ши $\vec{N}$ требуе сэ тиндэ сэ ротяскэ корпул ын дирекцие опусэ. Пентру ачаста форца $\vec{N}$ ну требуе сэ айбэ о линие де акциуне комунэ ку $\vec{mg}$ ши еа се деплась паралел ла о дистанцэ d (фиг. 2.11), каре поате фи калкулатэ дин егалитатя модулилор моментелор челор доуэ перекь де форце:

$$mgd = FH, \tag{2.18}$$

де унде

$$d = \frac{FH}{mg}. \tag{2.19}$$

Кынд бэятул ну акционязэ асупра дулапулуй ($F=0$, $d=0$), форцеле $\vec{N}$ ши $\vec{mg}$ ау ачеяш линие де акциуне.

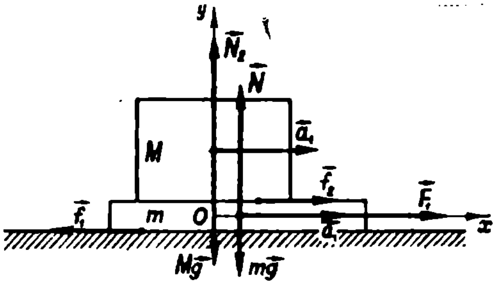
Дакэ дин кондицииле проблемей есте евидент кэ корпул ефектуязэ о мишкаре де транслацие, атунч резолваря проблемей ну депинде де модул репрезентэрий форцелор (ка ын фиг. 2.11 сау 2.12), деоарече проекцииле форцелор пе акселе де координате ын амбеле казурь сынт ачеляшь. Се скимбэ нумай моментеле форцелор (пе каре ну ле фолосим ла резолваря ачестор проблеме). Дин ачастэ каузэ ла резолваря проблемелор де ачест тип пот фи фолосите амбеле модурь де репрезентаре а форцелор ши кяр преферат есте чел май симплу (фиг. 2.12), ку тоате кэ, стрикт ворбинд, ел есте инкоректׂ.

Челе май греле проблеме ла тема «Фрекаря» се консидерэ проблемеле де типул: Пе о супрафацэ оарекаре сынт ашезате унул песте алтул доуэ корпурь. Асупра унуя дин еле акционязэ о форцэ оарекаре ши се чере сэ се афле акчелерацииле ачестор корпурь.

◆ **Проблема 2.6.** Пе о скындурэ ку маса де 1 кг, ашезатэ пе о масэ оризонталэ, се афлэ о барэ де форма унуй паралелипипед ку маса де 2 кг. Коефичиентул де фрекаре динтре скындурэ ши супрафаца месей есте егал ку 0,5, яр коефичиентул де фрекаре динтре барэ ши скындурэ есте де 0,25. Каре ва фи акчелерация барей ын рапорт ку скындура ши маса, дакэ вом аплика скындурий о форцэ оризонталэ де 19,6 Н?; 29,4 Н?

Резолваре. Сэ екзаминэм примул каз, кынд форца че акционязэ асупра скындурий $F_1=19{,}6$ Н (фиг. 2.13).

Асупра барей акционязэ трей форце: форца де греутате $M\vec{g}$, форца де фрекаре $\vec{f}_2$ ши преснуня нормалэ $\vec{N}_2$. Дирекция форцей $\vec{f}_2$ поате фи детерминатэ прин доуэ методе. Пентру обсерваторул (консидерат имнондерабил), че се афлэ пе скындурэ, бара се ва мишка (сау ар путя сэ се миште) спре стын-



Фиг. 2.13

га ши, прин урмаре, форца де фрекаре $\vec{f}_2$ ва фи оринентатэ спре дряпта. Пе де алтэ парте, бара се мишкэ акчелерат (пентру обсерваторул де пе Пэмынт) спре дряпта. Форца де греутате $M\vec{g}$ ши преснуня нормалэ $\vec{N}_2$ сынт вертикале. Деч уника форцэ, каре поате сэ-й комуниче барей акчелерацие, есте форца $\vec{f}_2$. Де аич дин ноу тражем конклузия кэ $\vec{f}_2$ е оринентатэ спре дряпта. Сэ пресупунем май ынтый, кэ корпуриле (бара ши скындура) се мишкэ ка ун тот ынтрег, адикэ ау ачеяш акчелерацие $\vec{a}_1$. Ачаста ва авя лок атунч, кынд $Ma_1<f_{2max}$, унде $f_{2max}=\mu_2 Mg=4{,}9$ Н. Дакэ корпуриле се мишкэ ка ун сингур корп, атунч вом луа ын консидерации нумай форцеле екстериоаре: $(M+m)\vec{g}$, $\vec{N}$ — реакциуня месей, $\vec{f}_1$ — форца де фрекаре динтре скындурэ ши масэ, $\vec{F}_1$ — форца апликатэ ла скындурэ ($F_1=19{,}6$ Н).

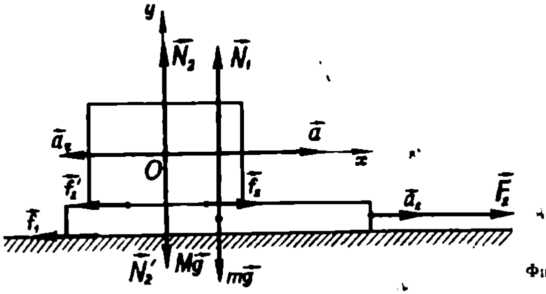
Екуация фундаменталэ а динамичий се ва скрие суб форма:

$$(M+m)\vec{g}+\vec{F}_1+\vec{N}+\vec{f}_1=(M+m)\vec{a}_1. \qquad (1)$$

Не конвинжем, кэ $f_{1max}=\mu_1(m+M)g<F_1$, адикэ системул ну се ва афла ын екилибру.

Проектынд екуация (1) пе акселе x ши y ши резолвынд системул де екуаций, обцинем: $a_1=1{,}63$ м/с^2.

Адикэ пресупунеря кэ $Ma_1<f_{2max}$ с'а конфирмат ши, прин урмаре, бара се мишкэ ын рапорт ку маса ку акчелерация $a_1=1{,}63$ м/с^2, яр акчелерация барей ын рапорт ку скындура есте нулэ.



Фиг. 2.13а

Дакэ вом фаче ачеяш пресупунере (корпуриле се мишкэ ку ачеяш акчелерацие) пентру казул ал дойля ($F_2=29{,}4$ Н), вом обцине $a_2=4{,}9$ м/с^2, де унде $f_{2max}<Ma_2$. Де аич тражем конклузия кэ ын ачест каз бара алунекэ ын рапорт ку скындура ши корпуриле се мишкэ ку акчелераций диферите.

Сэ студием мишкаря фиекэруй корп ын парте. Репрезентэм форцеле, каре акционязэ асупра фиекэруй корп (фиг. 2.13а).

Конформ лежий а трея а луй Ньютон, бара акционязэ асупра скындурий ку доуэ форце:

$$\vec{f}_2'=-\vec{f}_2 \text{ ши } \vec{N}_2'=-\vec{N}_2.$$

Екуация фундаменталэ а динамичий пентру казул скындурий ши барей се скрие суб форма:

$$\begin{aligned} &\vec{F}_2+m\vec{g}+\vec{N}_1+\vec{f}_1+\vec{f}_2'+\vec{N}_2'=m\vec{a}_2, \\ &M\vec{g}+\vec{N}_2+\vec{f}_2=M\vec{a}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Проектынд ачесте екуаций векториале пе акселе де координате ши луынд ын консидерацие кэ $f_2'=f_2$, $N_2'=N_2$, обцинем ун систем де патру екуаций, дин каре афлэм: $a_2=9{,}8$ м/с^2, $a=2{,}45$ м/с^2.

Акчелерация барей ын рапорт ку маса $(\vec{a})$ се компуне дин акчелерация скындурий $\vec{a}_2$ ши акчелерация релативэ а барей ын рапорт ку скындура $\vec{a}_r$:

$$\vec{a} = \vec{a}_2 + \vec{a}_r. \qquad (3)$$

Проектынд ачастэ екуацие пе акса x, обцинем:

$$a_r = a_2 - a; \quad a_r = 7{,}3 \text{ м/с}^2:$$

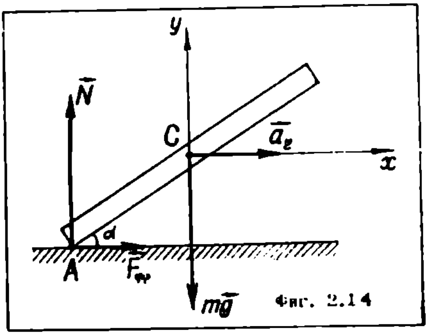
Лукрул форцей де фрекаре ну есте ынтотдяуна негатив. Ел поате фи ши позитив. Форца де фрекаре $\vec{f}_2$ дин проблема резолватэ ефектуязэ ун лукру позитив, деоарече еа есте ориентатэ ын дирекция мишкэрий ши конформ формулей $A\ f_2 s\cos\alpha$, лукрул $A>0$.

§ 12. Мишкаря пе чиркумферинцэ

Ла резолваря проблемелор реферитоаре ла динамика пунктулуй материал (динамика чентрулуй де греутате ал корпулуй сау динамика корпулуй ла мишкаря де транслацие) елевий комит десеорь урмэтоаря грешалэ: принтре форцеле реале че акционязэ асупра корпулуй фигурязэ ши кыте о форцэ нэскочитэ. Де екземплу, елевилор ли се паре кэ, дакэ асупра унуй корп, че се афлэ пе ун план ынклинат, ну ва акциона форца де алунекаре, кум о нумеск ей, атунч корпул ну се ва мишка акчелерат ын жос. Пентру а евита асеменя грешель требуе сэ стабилим корпул сау кымпул, каре креазэ фиекаре дин форцеле репрезентате ын десен.

Ачеяш ситуацие се ынтылнеште ши ын динамика мишкэрий де ротацие. Аич апаре форца чентрипетэ. Е клар, кэ ынтродучеря ачестей форце поате фи адмисэ, нуминд форцэ чентрипетэ резултанта форцелор че акционязэ асупра корпулуй, каре се мишкэ униформ пе о чиркумферинцэ, сау о компонентэ а ей, кынд мишкаря пе чиркумферинцэ ну есте униформэ. Ла фел ши ын казул мишкэрий корпулуй пе ун план ынклинат «форца де алунекаре» поате фи нумитэ о компонентэ а форцей де греутате. Ачаста ынсэ ну ынлеснеште резолваря проблемей, чи о комиликэ прин ынтродучеря форцелор сuплиментаре. Ынтродучеря форцелор спечифиче пентру проблемеле менционате, фаче ка еле сэ се деосебяскэ де алте проблеме але динамичий пунктулуй материал. Ын реалитате ынсэ динамика мишкэрий пе ун

план ынклинат сау пе чиркумферинцэ ну се деосебеште ын принчипиу де динамика мишкэрий ректилиний де-а лунгул оризонталей. Тоате проблемеле референтоаре ла динамика мишкэрий пе чиркумферинцэ се резолвэ прин ачеляшь методе ка ши ын казул мишкэрий ректилиний, ку деосебиря кэ акчелерация (чентрипетэ) аич се детерминэ дупэ формула $a_ч = \frac{v^2}{R}$ (2.20). Ын казул *кынд мишкаря пе чиркумферинцэ ну есте униформэ,* май *апаре* ынкэ о компонентэ а акчелерацией, ориентатэ дупэ танжента ла чиркумферинцэ — *акчелерация танженциалэ,* каре, ла проектаря екуацией фундаментале а динамичий пе о аксэ ориентатэ спре чентрул чиркумферинцей, диспаре.



Фиг. 2.14

Ши, тотуш, десеорь челе май дифичиле сынт консидерате ануме проблемеле, каре се референ ла мишкаря пе чиркумферинцэ. Сэ анализэм кытева типурь де проблеме, каре концин моменте май дифичиле.

◆ **Проблема 2.7.** Ун чиклист се мишкэ пе о курбэ де разэ R, ынклинынду-се спре чентрул курбей астфел, ынкыт унгюл динтре планул бичиклетей ши супрафаца пэмынтулуй есте егал ку α (фиг. 2.14). Сэ се детермине витеза чиклистулуй.

Резолваре. Асупра чиклистулуй акционязэ трей форце: форца де греутате $m\vec{g}$, форца де фрекаре $\vec{F}_{фр}$ ши пресиуня нормалэ $\vec{N}$. Екуация фундаменталэ а динамичий чентрулуй маселор системулуй компус дин бичиклетэ ши чиклист поате фи скрисэ суб форма:

$$m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_{фр}=m\vec{a}, \quad (1)$$

унде $\vec{a}$ есте акчелерация чентрипетэ а чентрулуй маселор. Чиклистул (ымпреунэ ку бичиклета) ну поате фи консидерат ун пункт материал, деоарече мишкаря луй ну есте о мишкаре де транслацие.

Проектынд (1) пе акселе x ши y, авем:

$$F_{\text{фр}} = ma, \quad (2)$$
$$N - mg = 0,$$

унде

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Резолвынд системул де екуаций (2), обцинем:

$$v^2 = \mu g R, \quad (3)$$

унде μ есте коефичиентул де фрекаре динтре роата бичиклетей ши пэмынт.

Дакэ ар липси форца де фрекаре, чиклистул ар кэдя, ротинду-се ын дирекция мишкэрий а́челор де часорник. Прин урмаре, кондиция де екилибру ал чиклистулуй ын планул вертикал, че трече прин раза каре унеште чентрул маселор C ку чентрул курбей, есте ануларя сумей моментелор тутурор форцелор, каре акционязэ асупра чиклистулуй ын ачест план. Нотынд дистанца $|AC|$ ку l ши калкулынд моментеле ын рапорт ку чентрул де греутате, авем:

$$Nl \cos\alpha = F_{\text{фр}} l \sin\alpha, \quad (4)$$

де унде

$$\mu = \operatorname{ctg}\alpha. \quad (5)$$

Ынлокуинд (5) ын (3), обцинем:

$$v = \sqrt{gR \operatorname{ctg}\alpha}. \quad (6)$$

Моментул дифичил ын ачастэ проблемэ есте детерминаря коефичиентулуй де фрекаре.

◆ **Проблема 2.8.** О билэ е суспендатэ де ун фир imponderabil инекстенсибил ку лунжимя l, ун капэт ал кэруя е легат де ун куй A, бэтут ын перете (фиг. 2.15). Алт куй B есте бэтут май жос пе ачеяш вертикалэ ку A ла дистанца $\frac{l}{2}$ де ла ел. Била а фост ынклинатэ астфел, ынкыт фирул а окупат позиция оризонталэ, апой елибератэ фэрэ витезэ инициалэ. Сэ се детермине ынэлцимя максимэ ын рапорт ку пунктул C, ла каре се ва ридика дупэ ачаста била.

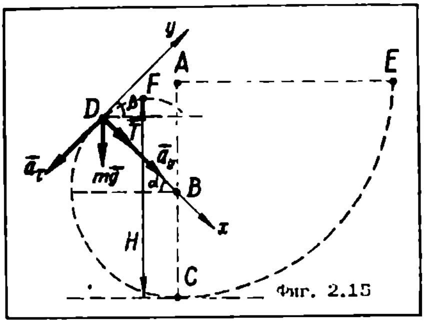
Резолваре. Сэ черчетэм мишкаря билей ын позиция D индикатэ ын фиг. 2.15. Асупра билей акционязэ доуэ форце:

форца де греутате $m\vec{g}$ ши тенсиуня фирулуй $\vec{T}$. Екуация мишкэрий се ва скрие суб форма:

$$m\vec{g}+\vec{T}=m(\vec{a}_ч+\vec{a}_\tau), \qquad (1)$$

унде $\vec{a}_ч$ есте акчелерация чентрипетэ, яр $\vec{a}_\tau$ — акчелерация танженциалэ. Проектынд екуация (1) пе акса x, обцинем:

$$T+mg\sin\alpha=m\frac{v^2}{R}. \qquad (2)$$



Фиг. 2.15

Била ышь ва пэрэси траектория са ын формэ де чиркумферинцэ ку раза $R=\frac{l}{2}$ ын пунктул D, унде $T=0$. Дин ачест пункт била се ва мишка май департе ка ун корп либер арункат суб ун унгь $\beta=90°-\alpha$ фацэ де оризонт ку витеза иницналэ v_0. Прин урмаре, пентру ачест пункт дин (2) обцинем:

$$g\sin\alpha=\frac{v_0^2}{R}. \qquad (3)$$

Ын тимпул мишкэрий дин позиция E пынэ ын позиция D асупра билей ау акционат доуэ форце: форца де греутате ши форца де тенсиуне а фирулуй. Лукрул механик ал тенсиуний фирулуй есте егал ку зеро, деоарече еа есте перпендикуларэ пе витеза билей ын орьче пункт ал траекторией. Аша дар, пентру детерминаря витезей v_0 путем аплика лежя консервэрий енержией меканиче а билей ши обцинем:

$$v_0^2=gl\,(1-\sin\alpha). \qquad (4)$$

Субституинд ын (3) v^2_0 дин (4), авем:

$$\sin\alpha=\frac{2}{3}. \qquad (5)$$

Прин урмаре, пунктул D се афлэ ла ынэлцимя $h=\frac{l}{2}(1+\sin\alpha)=\frac{5}{6}l$ ын рапорт ку пунктул C. Мишкынду-се дин

пунктул D май департе, била ва дескрие о параболэ ши ынэлцимя ей максимэ ын рапорт ку пунктул D ва фи

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = \frac{5}{54} l. \qquad (6)$$

Ынэлцимя максимэ кэутатэ

$$H = h + h_{max} = \frac{25}{27} l. \qquad (7)$$

Грешала каре поате фи комисэ ла резолваря ачестей пробпеме есте урмэтоаря: консидерынд дрепт позицие инициалэ пунктул E, яр финалэ — пунктул, ын каре била атинже ынэлцимя максимэ H, апликэм лежя консервэрий енержией меканиче. Не-ам обишнуит, кэ ла ынэлцимя максимэ витеза есте егалэ ку зеро ши лежя консервэрий я форма:

$$П_1 - П_2 = 0, \qquad (8)$$

де унде $mgl = mgH$ ши $H = l$.

Ачаста ынсямнэ, кэ била се ва мишка пе о чиркумферинцэ ку раза $\frac{l}{2}$ пынэ ла пунктул A, унде витеза билей ва фи егалэ ку зеро. Че-й дрепт, анч ну сынтем ын контрадикцие ку лежя консервэрий енержией. Ынсэ ну орьче мишкаре, каре сатисфаче ачастэ леже, аре лок ын реалитате. О билэ че се мишкэ пе о чиркумферинцэ ын план вертикал, фиинд суспендатэ де ун фир, требуе сэ поседе ын позиция де сус о витезэ ну май микэ декыт витеза минимэ $v_{min} = \sqrt{gR}$, унде R есте раза чиркумферинцей дескрисэ де билэ. Резултатул $H = l$ ва фи корект, дакэ вом ынлокуи фирул ку доуэ барe импондерабиле, фиекаре авынд лунжимя $\frac{l}{2}$, легате ынтре еле принтр'о артикулацие чилиндрикэ идеалэ (фэрэ фрекаре).

◆ **Проблема 2.9.** Ун улук OD, ын каре се афлэ о билэ, формязэ ку акса вертикалэ де ротацие OA унгюл α ши се ротеште ын журул ей ку витеза унгюларэ ω (фиг. 2.16). Сэ се детермине дистанца $|OB|$ а пунктулуй B де ла O, ын каре била се афлэ ын екилибру.

Резолваре. Асупра билей акционязэ доуэ форце: форца де

греутате $\vec{mg}$ ши форца де реакциуне а улукулуй $\vec{N}$. Екуация фундаменталэ а динамичий

$$m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}_ч \qquad (1)$$

Проектынд екуация (1) пе акселе де координате, авем:

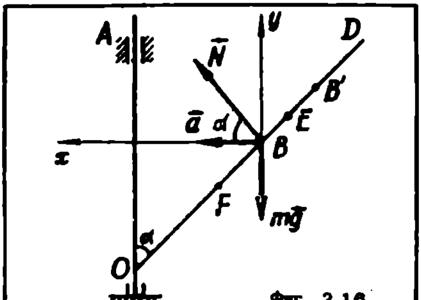
$$\begin{aligned} N\cos\alpha &= ma_ч, \\ N\sin\alpha - mg &= 0, \end{aligned} \qquad (2)$$

унде $a_ч$ есте акчелерация чентрипетэ а билей:

$$a_ч=\omega^2|OB|\sin\alpha. \qquad (3)$$

Ынлокуинд (3) ын (2) ши резолвынд системул де екуаций, обцинем:

$$|OB|=\frac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}. \qquad (4)$$



Фиг. 2.16

Ачастэ проблемэ е ремаркабилэ прин фаптул кэ, анализынд резултатул, путем ажунже ла конклузия кэ проблема а фост резолватэ грешит. Ынтр'адевэр, е клар, кэ дакэ вом опри улукул, била ва кэдя спре пунктул O, адикэ дистанца $|OB|$ девине егалэ ку зеро. Ынсэ дакэ пунем $\omega=0$ ын формула (4), $|OB|$ девине инфинит де маре, адикэ ла оприре била требуе сэ збоаре прин улук, ындепэртынду-се де пунктул O. Ачастэ контрадикцие поате фи експликатэ астфел. Ной н'ам калкулат $|OB|$ ка дистанца, ла каре се ва депласа била, кынд витеза унгюларэ ва девени егалэ ку ω. Деч ну путем чере, ка формула (4) сэ не дескрие вариация дистанцей $|OB|$ ка функцие де ω, каре поате вария ши, прин урмаре, н'авем дрептул сэ черем ка ачастэ формулэ сэ дескрие мишкаря билей ын улук. Пунктул B кореспунде позицией, ын каре требуе сэ се афле била пентру ка еа сэ фие ын екилибру, кынд улукул се ротеште ку витеза унгюларэ константэ ω. Ын ачастэ позицие екилибрул ей есте нестабил. Дакэ вом пуне била ын пунктул E (ω рэмыне ачеяш), еа ва збура прин улук спре капэтул D, яр дин позиция F еа ва кэдя спре пунктул O. Дакэ вом микшора витеза унгюларэ, била ва кэдя дин позиция B спре пунктул O. Пентру ка била сэ ну кадэ, еа требуе мутатэ ын ачест каз дин позиция B ын алтэ позицие B' ($|OB'|>|OB|$), конформ формулей (4). Астфел, ла микшораря витезей унгюларе пунктул B' (ши ну била!) се ындепэртязэ де пунктул O.

§ 13. Лежиле консервэрий ын меканикэ

Челе май фреквенте грешель комисе ла тема «Лежя консервэрий импулсулуй» сынт легате де ноциуня де систем ынкис де корпурь. Сэ черчетэм ун екземплу.

◆ **Проблема 2.10.** Ун тун ку маса M се афлэ ын старя де репаус пе о супрафацэ оризонталэ, абсолут нетедэ. Дупэ ымпушкэтурэ проектилул ку маса m а ешит дин цавэ ку витеза v ориентатэ суб ун унгь α фацэ де оризонт (фиг. 2.17). Сэ се афле витеза тунулуй u дупэ ымпушкэтурэ.

Резолваре. Ын мулте кэрць проблема се резолвэ астфел: лежя консервэрий импулсулуй унуй систем де корпурь се дэ суб форма:

$$0=m\vec{v}+M\vec{u}. \qquad (1)$$

Проектынд екуация (1) пе акса x, обцинем:

$$0=mv\cos\alpha-Mu, \qquad (2)$$

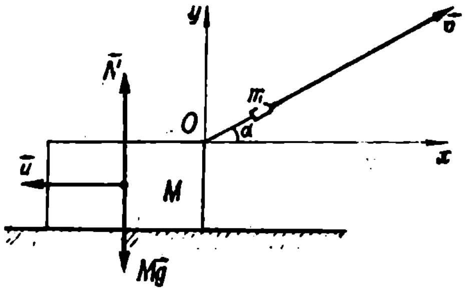
де унде

$$u=\frac{m}{M}v\cos\alpha. \qquad (3)$$

Дар сэ пропунем абитуриенцилор сэ проектезе екуация инициалэ (1) пе акса y. Ын ачест каз вом обцине

$$mv\sin\alpha=0, \qquad (4)$$

чея че ын реалитате ну поате фи, деоарече тоате мэримиле (m, v ши $\sin\alpha$) сынт диферите де зеро. Ла ынтребаря: «Путем



Фиг. 2.17

оаре фи сигурь де результатул (3) обцинут дин екуация (1), че дуче ла контрадикция (4)?» ей рэмын комплект дезориентаць. Сынт сигурь де екуация (1), де результатул (3), дар ну пот експлика результатул (4). Ын реалитате ынсэ е грешитэ екуация (1), деоаречe системул де корпурь тун-проектил ну е ун систем ынкис: асупра тунулуй акционязэ доуэ форце екстериоаре, каре ын тимпул ымпушкэтурий ну се екилибрязэ. Ачестя сынт форца де греутате $M\vec{g}$ ши реакциуня супортулуй (пресиуня нормалэ) $\vec{N}$ (фиг. 2.17). Пентру системеле, каре ну сынт ынкисе, ын локул екуацией, че репрезинтэ лежя консервэрий импулсулуй (кантитэций де мишкаре), вом скрие екуация, че експримэ теорема деспре вариация импулсулуй системулуй де корпурь

$$(m_1\vec{v}_1'+m_2\vec{v}_2'+\ldots+m_n\vec{v}_n')-(m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+\ldots+m_n\vec{v}_n)=$$
$$=(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n)\Delta t. \quad (2.21)$$

Аич с'а пресупус, кэ тоате форцеле $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n)$ сынт константе.

Ын партя дряптэ се афлэ сума импулсурилор тутурор форцелор екстериоаре, каре акционязэ асупра корпурилор дин системул дат, деоаречe сума форцелор интериоаре конформ лежий а трея а луй Ньютон есте егалэ ку зеро. Пентру проблема 2.10 екуация (2.21) ва фи

$$m\vec{v}+M\vec{u}-0=(M\vec{g}+\vec{N})\Delta t. \quad (5)$$

Проектынд (5) пе акса x, обцинем (2), деоаречe форцеле $M\vec{g}$ ши $\vec{N}$ сынт перпендикуларе пе акса x. Прин ачаста се експликэ фаптул кэ результатул (3) есте корект, ку тоате кэ а фост обцинут динтр'о екуацие инкоректэ. Дакэ вом проекта (5) пе акса y, вом обцине

$$mv\sin\alpha=(N-Mg)\Delta t. \quad (6)$$

Штиинд тимпул, кыт а дурат ымпушкэтура, ши пресупунынд кэ форца N рэмыне константэ ын ачест тимп, дин екуация (6) путем афла реакция супортулуй:

$$N=\frac{mv\sin\alpha}{\Delta t}+Mg. \quad (7)$$

Компонентеле вертикале але форцелор екстериоаре ну се екилибрязэ ши, прин урмаре, се поате спуне кэ системул де корпурь тун-проектил есте ынкис ын дирекцие оризонталэ ши ну есте ынкис ын дирекцие вертикалэ. Ку алте кувинте, се консервязэ нумай компонента оризонталэ а кантитэций де мишкаре а ачестуй систем, адикэ екуация (1) поате фи скрисэ ку урмэтоаря менциуне: екуация е валабилэ нумай фиинд проектатэ пе акса x, деоарече сума проекциилор пе ачастэ аксэ а форцелор екстериоаре есте егалэ ку зеро.

Екзистэ ынсэ ши унеле ексчепций, кынд путем консидера системул ынкис де корпурь ши де-а лунгул аксей, пе каре сума проекциилор форцелор екстериоаре ну есте егалэ ку зеро. Де регулэ, ачестя сынт проблемеле, ын каре интеракциуня корпурилор аре лок ын аер (руперя проектилулуй ын кытева букэць, чокниря корпурилор ш. а.). Сума проекциилор пе акса вертикалэ а форцелор екстериоаре ын ачесте казурь есте ынтотдяуна диферитэ де зеро, деоарече ка форце екстериоаре асупра корпурилор акционязэ нумай форцеле лор де греутате, каре, фиинд тоате ориентате вертикал ын жос, ну пот сэ се компенсезе. Ынсэ аша интеракциунь ка експлозия ши чокниря дурязэ ун тимп фоарте скурт ($\Delta t \to 0$) ши, конформ формулей (2.21), путем консидера ку апроксимацие кантитатя де мишкаре а системулуй о мэриме константэ.

Ла апликаря лежий консервэрий импулсулуй екуация де типул (1) поате фи скрисэ грешит ши дин алте каузе.

◆ **Проблема 2.11.** Ун ом ку маса m се мишкэ де ла ун капэт ал лунтрий ла челэлалт. Сэ се детермине дистанца, ла каре се ва депласа лунтря, дакэ маса ей есте M, яр лунжимя — l.

Десеорь путем ынтылни урмэтоаря резолваре. Системул меканик ом-лунтре поате фи консидерат ынкис де-а лунгул аксей x, ориентатэ ын дирекция депласэрий омулуй. Лежя консервэрий импулсулуй де-а лунгул ачестей аксе поате фи скрисэ суб форма:

$$0 = mv_x + Mu_x, \qquad (1)$$

унде $v_x = v$, $u_x = -u$.

Аич v есте витеза, ку каре омул се мишкэ ын лунтре, яр u — витеза лунтрий (атыт мишкаря омулуй, кыт ши а лунтрий вом консидера-о ректилиние униформэ). Депласаря лунтрий ва фи:

$$s = ut, \qquad (2)$$

унде

$$t = \frac{l}{v}. \quad (3)$$

Дин екуацииле (1), (2) ши (3) обцинем:

$$s = \frac{m}{M} l. \quad (4)$$

Сэ черчетэм ачест резултат. Дакэ ын лунтре с'ар мишка ну омул, чи о фурникэ ($m \ll M$), атунч е клар, кэ $s \ll l$. Формула (4) конфирмэ ачест фапт. Дар сэ ну не грэбим сэ консидерэм резултатул (4) коректе. Сэ екзаминэм казул контрар $M \to 0$ (о лунтре фоарте ушоарэ). Ын ачест каз омул, пэшинд пе лунтре, о ымпинже ын дирекцие опусэ. Омул рэмыне пе лок ын рапорт ку Пэмынтул, яр лунтря се депласязэ ла о дистанцэ егалэ ку лунжимя ей, адикэ $s = l$. Дин формула (4) резултэ ын ачест каз, кэ $s \to \infty$. Грешала ын резолваря де май сус а фост комисэ ла алкэтуиря екуацией (1).

Тоате витезеле ын лежя консервэрий импулсулуй требуе консидерате ын унул ши ачелаш систем де коордонате. Ын екуация (1) витеза лунтрий е консидератэ ын рапорт ку Пэмынтул, яр витеза омулуй — ын рапорт ку лунтря. Ын локул екуацией (1) требуя сэ скрием екуация:

$$0 = mv'_x + Mu_x, \quad (5)$$

унде $v'_x = v - u$.

Резолвынд системул де екуаций (3), (4) ши (5), обцинем:

$$s = \frac{m}{m+M} l. \quad (6)$$

Пунынд ын ачастэ формулэ $M \to 0$ $\left(\text{адикэ } \frac{M}{m} \ll 1\right)$, обцинем $s = l$.

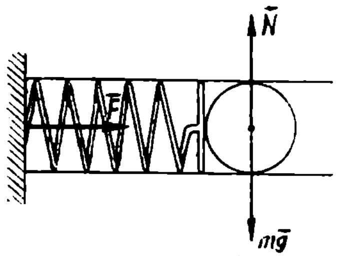
Десеорь е комод сэ фачем ка системул де корпурь сэ девинэ ынкис. Пентру ачаста е суфичиент сэ инклудем ын системул консидерат ачел корп (сау корпурь), каре пынэ атунч ну фигурау ын ачест систем, дар акционау асупра корпурилор дин ел (де екземплу, Пэмынтул дин проблема 2.10). Системул де корпурь Пэмынт, тун ши проектил есте де акум ун систем ынкис ши деачея поате фи апликатэ лежя консервэрий импулсулуй.

Лежя консервэрий енержией мекaниче ын мулте кэрць есте формулатэ пентру ун систем ынкис де корпурь, каре интеракционязэ унул ку алтул прин форце де атракцие универсалэ

ши форце де еластичитате. Дар ачастэ леже апроапе ынтотдяуна о апликэм ши ла системе де корпурь каре ну сынт ынкисе.

◆ **Проблема 2.12.** Аркул унуй пистол-жукэрие ку рижидитатя k а фост компримат ку x. Че витезэ обцине глонтеле ку маса m ла тражере ын дирекцие оризонталэ?

Ла резолваря ачестей проблеме фолосим лежя консервэрий енержией мечаниче а системулуй де корпурь арк — глонте:



Фиг. 2.18

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{kx^2}{2},\qquad (1)$$

де унде

$$v=\sqrt{\frac{k}{m}}\,x.\qquad (2)$$

Обцинынд ачест резултат, не уйтэм ла рэспунсул дин карте ши не букурэм, деоарече амбеле резултате коинчид. Дар сэ ну не уйтэм ла рэспунс, чи ла фиг. 2.18. Сума форцелор екстериоаре че акционязэ асупра глонтелуй ши аркулуй ($\vec{F}$, $\vec{N}$ ши $m\vec{g}$) есте диферитэ де зеро ши, прин урмаре, системул де корпурь глонте — арк ну есте ынкис. Дар резултатул обцинут (формула (2)) е корект, адикэ коинчиде ку чел де ла сфыршитул кулежерий де проблеме. Ши ын картя де фацэ (проблемеле 2.1 ши 2.8) лежя консервэрий енержией мечаниче а фост апликатэ ла системе де корпурь, каре ну пот фи консидерате ынкисе. Ба май мулт: ын проблема 2.1 екзистэ форца де фрекаре. Вом демонстра, кэ ын казуриле менционате путем аплика лежя консервэрий енержией мечаниче. Конформ теоремей деспре вариация енержией чинетиче авем

$$Ч_2-Ч_1=A,\qquad (2.22)$$

унде $Ч_1$ ши $Ч_2$ есте енержия чинетикэ а системулуй ын позицииле инициалэ ши риналэ. Лукрул A ефектуат де тоате форцеле че акционязэ асупра корпурилор дин системул консидерат поате фи репрезентат суб форма

$$A=П_1-П_2+A',\qquad (2.23)$$

унде $П_1—П_2$ есте лукрул форцелор потенциале (форца де гравитацие, форца де еластичитате ши форца електростатикэ), яр A' есте лукрул форцелор непотенциале (форца де фрекаре, форца де тенсиуне а фирулуй, реакциуня супортулуй ш. а.). Субституинд (2.23) ын (2.22), обцинем:

$$E_2-E_1=A', \qquad (2.24)$$

унде $E=Ч+П$ есте енержия меканикэ а системулуй. Дин формула (2.24) се веде кэ енержия меканикэ рэмыне константэ, дакэ $A'=0$. Ачастэ кондицие поате фи сатисфэкутэ ши пентру системеле де корпурь каре ну сынт ынкисе. Ын проблемеле 2.1 ши 2.8 а фост демонстрат ачест лукру. Ын проблема 2.12 форца $\vec{N}$ ну ефектуязэ лукру, деоарече еа есте перпендикуларэ пе депласаре; лукрул форцей $\vec{F}$ есте ла фел егал ку зеро, деоарече пунктул ей де апликацие ну се мишкэ.

Е клар, кэ орьче систем де корпурь поате фи фэкут сэ фие ынкис, инклузынд ын еле ачеле корпурь, каре ыл фак сэ ну фие ынкис. Ачаста не дэ посибилитате сэ апликэм ши лежя консервэрий импулсулуй. Нотынд ын проблема 2.12 прин M маса корпулуй пистолулуй ымпреунэ ку маса Пэмынтулуй де каре ел есте фиксат, путем компуне доуэ екуаций

$$\frac{kx^2}{2}=\frac{Mu^2}{2}+\frac{mv_1^2}{2}, \qquad (3)$$

$$0=-Mu+mv_1. \qquad (4)$$

Витеза Пэмынтулуй $\vec{u}$ ши витеза глонтелуй $\vec{v}_1$ сынт консидерате ын системул фикс де координате легат ку стелеле имобиле. Резолвынд системул де екуаций (3) ши (4), обцинем

$$v_1=\sqrt{\frac{k}{m}}\,x\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{m}{M}}}. \qquad (5)$$

Витеза глонтелуй ын рапорт ку Пэмынтул:

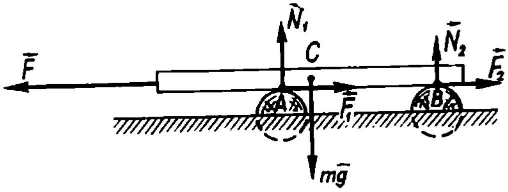
$$v_r=u+v_1=\sqrt{\frac{k}{m}}\,x\,\sqrt{1+\frac{m}{M}}. \qquad (6)$$

Цинынд конт кэ $\frac{m}{M}\to 0$, авем $v_1=v_r=v$. Ануме ку екзактитатя де $\frac{m}{M}$ есте корект резултатул (2) обцинут де ной (ши чел де ла рэспунсул дин карте).

Дакэ лукрул механик ал форцелор непотенциале есте дифе-рит де зеро, ла резолваря проблемелор ын локул лежий консервэрий енержией механиче апликэм теорема деспре вариа**ция енержией чинетиче:**

$$Ч_2 - Ч_1 = A^{(e)} + A^{(i)}, \tag{2.36}$$

унде $Ч_1$ ши $Ч_2$ есте енержия чинетикэ а корпулуй (системулуй) ын позицииле иницналэ ши финалэ, яр $A^{(e)}$ ши $A^{(i)}$ —



Фиг. 2.19

лукрул механик ал тутурор форцелор екстериоаре ши интериоаре, каре акционязэ асупра системулуй. Ын казул унуй корп, конформ лежий а трея а луй Ньютон, се поате демонстра кэ $A^{(i)}$ (лукрул форцелор интериоаре) есте егал ку зеро.

◆ **Проблема 2.13.** О бырнэ оможенэ ку лунжимя L ши секциуня трансверсалэ константэ есте ситуатэ пе дой буштень ынгропаць ын пэмынт ла дистанца l унул де алтул (фиг. 2.19). Чентрул де греутате ал бырней се афлэ ла мижлокул дистанцей динтре буштень. Коефичиенций де фрекаре динтре бырнэ ши буштянул дин стынга ши чел дин дряпта сынт егаль респектив ку 0,8 ши 0,6. Асупра бырней де-а лунгул аксей ей акционязэ о форцэ константэ F егалэ нумерик ку форца де греутате а бырней. Сэ се афле витеза бырней ын моментул, кынд ун капэт ал ей ынчепе сэ кадэла пэмынт, дакэ l=2,5 м, $L>2l$. Диаметрул бырней $D \ll l$.

Резолваре. Бырна (ун капэт ал ей) ва ынчепе сэ кадэ ла пэмынт дупэ че се ва депласа ку $\frac{l}{2}$ ын стынга сау ын дряпта.

Сэ черчетэм примул каз: бырна се депласязэ ын стынга, адикэ форца $\vec{F}$ акционязэ ын стынга, яр форцеле де фрекаре

$\vec{F}_1$ ши $\vec{F}_2$ — ын дирекцие опусэ. Теорема деспре вариация енержией чинетиче поате фи скрисэ суб форма:

$$Ч_2 - Ч_1 = A + A_1 + A_2, \qquad (1)$$

унде A, A_1 ши A_2 репрезинтэ валориле корееспунзэтоаре але лукрулуй меканик ал форцелор F, F_1 ши F_2. Лукрул форцелор $m\vec{g}$, $\vec{N}_1$ ши $\vec{N}_2$ есте егал ку зеро.

Енержия чинетикэ а бырней ын позиция инициалэ ($Ч_1$) есте егалэ ку зеро, яр ын чя専 финалэ (ын моментул кэдерий):

$$Ч_2 = \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Лукрул меканик ал форцей F се детерминэ дупэ формула:

$$A = F\frac{l}{2}. \qquad (3)$$

Пентру а калкула лукрул меканик ал форцелор де фрекаре ($A_1 + A_2$) май ынтый детерминэм ачесте форце ка функций де депласаря x а бырней. Бырна ну се ротеште (пынэ ла кэдере) ын планул вертикал. Деачея сума моментелор форцелор N_1, N_2 ши mg ын рапорт ку пунктеле A ши B есте егалэ ку зеро (моментеле форцелор де фрекаре $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ши ал форцей $\vec{F}$ ын рапорт ку ачесте пункте сынт егале ку зеро):

$$N_2 l = mg\left(\frac{l}{2} - x\right), \quad N_1 l = mg\left(\frac{l}{2} + x\right), \qquad (4)$$

де унде

$$F_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 \frac{mg}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right), \quad F_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 \frac{mg}{l}\left(\frac{l}{2} - x\right). \qquad (5)$$

Амбеле форце (F_1 ши F_2) депинд де депласаре дупэ лежя линиарэ, деч, мэримя медие а фиекэрей форце поате фи калкулатэ ка медия аритметикэ:

$$F_{1\,мед} = \frac{3}{4}\mu_1 mg, \quad F_{2\,мед} = \frac{1}{4}\mu_2 mg. \qquad (6)$$

Лукрул меканик ал ачестор форце есте негатив:

$$A_1 = -\frac{l}{2}F_{1\,мед} = -\frac{3}{8}l\mu_1 mg, \quad A_2 = -\frac{l}{2}F_{2\,мед} = -\frac{l}{8}\mu_2 mg. \qquad (7)$$

Субституинд (2), (3) ши (7) ын (1), афлэм:

$$v=\frac{\sqrt{gl}}{2}\sqrt{4-(\mu_2+3\mu_1)}. \tag{8}$$

Ынлокуинд валориле нумериче, обцинем $v\approx 2{,}5$ м/с.

Дакэ форца $\vec{F}$ ва фи ориентатэ спре дряпта, ын формула (8) требуе сэ скимбэм локуриле коефичиенцилор де фрекаре:

$$v'=\frac{\sqrt{gl}}{2}\sqrt{4-(\mu_1+3\mu_2)}\approx 3\text{м/с}.$$

Прин урмаре, пентру ка ла кэдере бырна сэ айбэ о витезэ май маре, еа требуе ымпинсэ ын дирекция буштянулуй май нетед.

3 ЛИКИДЕ ШИ ГАЗЕ

§ 14. Пресиуня ликидулуй асупра фундулуй ши перецилор васулуй

Ын унеле кулежерь де проблеме ачастэ темэ се ынчепе ку урмэтоаря проблемэ.

◆ **Проблема 3.1.** Пынэ ла че ынэлциме H требуе сэ турнэм апэ ынтр'ун вас чилиндрик де разэ R пентру ка форца $F_л$, ку каре ликидул апасэ пе супрафаца латералэ а васулуй, сэ фие егалэ ку форца де пресиуне асупра фундулуй?

Ын мажоритатя кэрцилор ла резолваря ачестей проблеме (сау асемэнэтоаре ку еа) форца де пресиуне асупра перецилор $F_л$ се калкулязэ ка продусул динтре пресиуня медие $p_{мед} = \rho g \frac{H}{2}$ ши ария супрафецей латерале. Ачастэ операцие репрезинтэ адунаря модулилор тутурор форцелор елементаре де пресиуне дин партя ликидулуй асупра перецилор васулуй ши есте липситэ де сенс. Форца $F_л$ требуе обцинутэ прин адунаря векториалэ а форцелор елементаре ши евидент, кэ ва фи егалэ ынтотдяуна ку зеро. Ачест лукру поате фи конфирмат ши прин урмэтоареле рационаменте. Дакэ $F_л \neq 0$, васул, ын каре с'а турнат ликид, ар требуи сэ се миште акчелерат пе о супрафацэ нетедэ оризонталэ, деоарече форца $F_л$ пентру перець вертикаль ну поате фи ориентатэ ын дирекцие вертикалэ (пресиуня ликидулуй есте перпендикуларэ пе супрафаца перецилор). Астфел проблемеле де типул 3.1 сынт формулате инкорект. Проблема ынсэ поате фи формулатэ де екземплу пентру ун вас ку переций вертикаль, фундул кэруя аре форма унуй патрат ку латура a, яр $F_л$ репрезинтэ форца де пресиуне а апей асупра фецей латерале. Форца де пресиуне асупра фундулуй ва фи

$$F_ф = \rho g H a^2. \qquad (1)$$

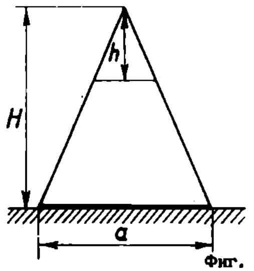
Форца де пресиуне $F_л$ о калкулэм ку ажуторул пресиуний медий

$$F_л = p_{мед} H a = \frac{\rho g H^2}{2} a. \qquad (2)$$

Егалынд пэрциле дрепте але формулелор (1) ши (2), обцинем: $H=2a$.

Пресиуня медие а фост калкулатэ ка медия аритметикэ. Десеорь путем ынтылни урмэтоаря аргументаре а ачестуй калкул: пресиуня есте директ пропорционалэ ку адынчимя, адикэ графикул депенденцей пресиуний де адынчиме есте о линие дряптэ.

Ачастэ аргументаре ын алте казурь не поате кондуче ла грешель.



Фиг. 3.1

◆ **Проблема 3.2.** Ун перете вертикал ал унуй вас аре форма де триунгь исосчел ку база a ши ынэлцимя H (фиг. 3.1). Сэ се калкулезе форца де пресиуне $F_л$ а апей асупра ачестуй перете, дакэ ын вас с'а турнат апэ пынэ ла ынэлцимя H.

Резолваре. Дакэ вом фолоси формула

$$F_л = p_{мед} \cdot S_л, \qquad (1)$$

унде $p_{мед}=\frac{0+\rho g H}{2}$, яр $S_л=\frac{aH}{2}$, атунч вом обцине ун резултат грешит:

$$F_л=\frac{\rho g H^2 a}{4}. \qquad (2)$$

Формула (1) е коректэ. Грешит а фост калкулатэ пресиуня медие. Ын § 3 с'а менционат, кэ медия аритметикэ поате фи апликатэ нумай ын казул, кынд мэримя датэ се афлэ ын депенденцэ линиарэ де аргументул сэу. Конформ формулей (1), ла калкуларя форцей дрепт аргумент ал пресиуний ну требуе консидератэ адынчимя h, чи ария S. Ария S репрезинтэ ария унуй порциунь де перете пынэ ла адынчимя h. Ын проблема 3.1 $p=\rho g h$, $S=ah$ ши, прин урмаре, $p=\text{const}\cdot S$. Дин ачастэ кауз ын проблема 3.1 апликаря медией аритметиче ну не-а кондус ла грешель. Ын проблема 3.2 авем $S=\frac{h^2 a}{2H}$ ши, прин урмаре,

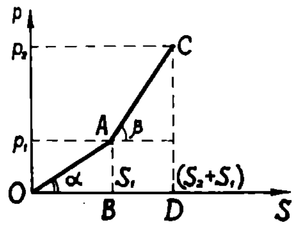
$$h=\sqrt{\frac{2H}{a}}\sqrt{S} \text{ ши } p=\text{const}\cdot\sqrt{S}. \qquad (3)$$

Дин ачастэ каузэ пресиуня медие ну есте егалэ ку медия аритметикэ $\left(\frac{1}{2}\rho g H\right)$. Форца де пресиуне $F_л$ поате фи калкулатэ ку ажуторул интегралей:

$$F_л = \rho g \sqrt{\frac{2H}{a}} \int_0^{S_л} \sqrt{S} dS = \frac{2}{3} \rho g H S_л, \qquad (4)$$

унде $S_л = \frac{aH}{2}$. Астфел ын казул де фацэ пресиуня медие есте егалэ ку $\frac{2}{3}\rho g H$.

Ла фел ну путем фолоси медия аритметикэ ши ын казул, кынд ын вас се афлэ кытева ликиде де диферите денситэць. Ын ачест каз графикул депенденцей пресиуний де ария латералэ репрезинтэ о линие фрынтэ (фиг. 3.2). Унгюриле α ши β депинд де денситэциле ликиделор.



Фиг. 3.2

Ын мулте проблеме се чере сэ афлэм пресиуня суплиментарэ екзерчитатэ асупра фундулуй васулуй де кэтре корпуриле, че плутеск ын ликидул дин вас. Ын асеменя казурь ынтылним урмэтоаря афирмацие: пресиуня суплиментарэ, екзерчитатэ де корп асупра фундулуй васулуй, се детерминэ дупэ формула:

$$\Delta p = \frac{mg}{S}, \qquad (3.1)$$

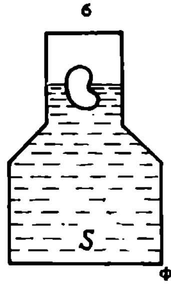
унде m есте маса корпулуй, яр S — ария фундулуй васулуй. Пентру аргументаря ачестей формуле се фолосеште *лежя луй Паскал*, дин каре се траже конклузия кэ пресиуня екзерчитатэ де корп се трансмите униформ прин интермедиул ликидулуй пе тот фундул васулуй.

Сэ екзаминэм ун екземплу, ын каре вом демонстра кэ формула (3.1) ну есте ынтотдяуна коректэ.

◆ **Проблема 3.3.** Сэ се детермине пресиуня суплиментарэ асупра фундулуй де арие S а уней стикле ку апэ (фиг. 3.3), дакэ вом пуне ын апэ ун корп ку маса m ши ку денситатя май микэ декыт денситатя апей. Ария сек-

циуний трансверсале а гытулуй стиклей есте константэ ши егалэ ку σ.

Резолваре. Пресиуня суплиментарэ апаре дин кауза, кэ ликидул дезлокуит де корп мэреште ынэлцимя колоаней де ликид дин вас. Ридикаря нивелулуй ликидулуй ла ынтродучеря ын ел а корпурилор есте екивалентэ ку ридикаря нивелулуй ла турнаря ын вас а унуй волум де ликид егал ку волумул ликидулуй дезлокуит де корп. Дин кондиция де екилибру а корпулуй, че плутеште ын ликид, авем:



Фиг. 3.3

$$mg = F_A, \qquad (1)$$

унде $F_A = \rho g \Delta V$ есте форца Архимеде, каре акционязэ асупра корпулуй, че дезлокуеште ун волум де ликид егал ку ΔV, яр ρ — денситатя ликидулуй (ын проблема де фацэ — денситатя апей). Ынлокуинд F_A дин (1) ку валоаря са, обцинем

$$\Delta V = \frac{m}{\rho}. \qquad (2)$$

Дакэ вом пресупуне кэ ынаинте де ынтродучеря корпулуй ын апэ ши дупэ ачаста нивелул апей се афлэ ын гытул стиклей, путем калкула ку кыт с'а ридикат нивелул апей:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{\sigma} = \frac{m}{\rho\sigma}. \qquad (3)$$

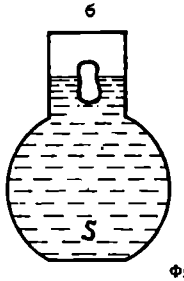
Прин урмаре, пресиуня суплиментарэ Δp депинде де ария секциуний трансверсале а гытулуй стиклей ши ну де ария фундулуй ей:

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \frac{mg}{\sigma}, \qquad (4)$$

адикэ $\Delta p > \frac{mg}{S}$, кынд ария фундулуй е май маре декыт σ ши $\Delta p < \frac{mg}{S}$, кынд ария фундулуй е май микэ декыт σ. Нумай ын казул, кынд $S = \sigma$ (фиг. 3.4) путем фолоси формула (3.1), адикэ

$\Delta p = \frac{mg}{S}$. Васеле ку переций вертикалъ репрезинтэ ун каз партикулар, кынд $S = \sigma$. Пентру аша фел де васе се поате фолоси формула (3.1), аргументатэ пе база лежий луй Паскал, дукынд о секциуне, каре коинчиде ку нивелул инициал ал ликидулуй, ши черчетынд пресиуня екзерчитатэ де ликидул, че се афлэ май сус де ачастэ секциуне, асупра ликидулуй де жос.

Нотэ. Ын штиинцэ орьче идее требуе формулатэ кыт май симплу; орьче формулэ требуе скрисэ ын форма чя май симплэ; орьче дедучере требуе фэкутэ пе каля чя май симплэ. Дар орьче симплификаре поате фи адмисэ нумай ку кондиция кэ се респектэ стриктеца рационаментулуй. Формула $\Delta p = \frac{mg}{S}$ поате фи дедусэ стрикт ка ын проблема 3.3. Симплификаря ачестей дедучерь пынэ ла ымпэрциря директэ а форцей де греутате а корпулуй ла ария фундулуй, аргументынд кэ греутатя корпулуй се дистрибуе униформ пе тот фундул васулуй, ну есте лежитимэ.



Фиг. 3.4

§ 15. Форца Архимеде пентру ликиде ши газе

Пе база лежий луй Архимеде сынт алкэтуите мулте проблеме де калкул, прекум ши ынтребэрь интересанте. Дар уний абитуриенць ну штиу кэ, еа *есте жустэ ну нумай пентру ликиде, чи ши пентру газе.* Ну ынтотдяуна ачастэ леже есте формулатэ коректь. Десеорь аузим урмэтоареле рэспунсурь: «Форца Архимеде есте егалэ ку волумул ликидулуй дезлокуит де корп» сау «Форца Архимеде есте егалэ ку форца де греутате а ликидулуй дезлокуит де корп».

Примул рэспунс есте евидент грешит, деоарече форца ну поате фи егалэ ку волумул. Ын рэспунсул ал дойля грешала е пуцин май воалатэ. Форца Архимеде е каузатэ де диференца де пресиунь екзерчитате де ликид (газ) ла диферите адынчимь, яр пресиуня есте форца, ку каре апасэ колоана де ликид (газ), пе о унитате де арие а супрафецей, адикэ ну есте пропорционалэ ку форца луй де греутате, чи ку греутатя ликидулуй. Прин урмаре, форца Архимеде есте егалэ ку греутатя волумулуй де ликид (газ), дезлокуит де корп ши ориентатэ вертикал ын сус. Дар орьче форцэ се май характеризязэ ын афарэ

де валоаре нумерикэ (модул) ши дирекцие ши прин пунктул сэу де апликацие. Линия де акциуне а форцей Архимеде есте детерминатэ нумай де форма супрафецей корпулуй куфундат ын ликид (газ), дар ну де денситатя ачестуй корп, нич де фаптул дакэ ел есте оможен сау ну. Де аич, путем демонстра, кэ форца Архимеде есте апликатэ ынтотдяуна ын чентрул маселор (чентрул де греутате) ал волумулуй де ликид (газ) дезлокуит де корп. Де екземплу, пентру орьче сферэ оможенэ сау неоможенэ пунктул де апликацие ал форцей Архимеде коинчиде ку чентрул ей **жеометрик.**

Дакэ ынтр'ун вас се афлэ доуэ ликиде де диферите денситэць, каре ну сынт мисчибиле, атунч ун корп солид, авынд денситатя май микэ декыт денситатя ликидулуй де ла фунд, дар май маре декыт а челуй де де асупра, се ва афла ын екилибру ла супрафаца де сепарацие динтре ачесте ликиде. Форца Архимеде ын ачест каз ва фи егалэ ку сума греутэцилор амбелор ликиде дезлокуите де ачест корп.

Грешелиле комисе ла резолваря проблемелор резултэ дин формуларя инексактэ а лежий луй Архимеде.

◆ **Проблема 3.4.** Ынтр'ун вас ку ликид де денситате ρ_0 плутеште ун корп. Васул се афлэ ын асченсор. Че се ынтымплэ ку корпул, кынд асченсорул: а) се ридикэ ку акчелерация a? б) кобоарэ ку акчелерация a? в) каде либер?

Резолваре. Интуиция поате сэ не индукэ ын ероаре ла резолваря ачестей проблеме. Кынд корпул се ридикэ акчелерат, греутатя луй се мэреште ши с'ар пэря, кэ ачест корп ла ридикаре се ва куфунда май мулт декыт ын старя де репаус сау де мишкаре униформэ. Ши инверс, ла кобoрыре греутатя корпулуй дескреште ши ел требуе сэ се ридиче май ла супрафацэ. Десеорь ши калкулеле (ын каре се комите о грешалэ принчипиалэ) конфирмэ ачастэ конклузие грешитэ. Сэ демонстрэм ачест лукру. Кынд асченсорул се мишкэ фэрэ акчелерацие (фиг. 3.5), дин кондиция де екилибру а корпулуй авем:

$$F_{0A} = mg, \qquad (1)$$

унде $F_{0A} = V_0\rho_0 g$ есте форца Архимеде, m — маса корпулуй, V_0 — волумул ликидулуй дезлокуит де корп ши ρ_0 — денситатя ликидулуй, каре се консидерэ константэ. Прин урмаре:

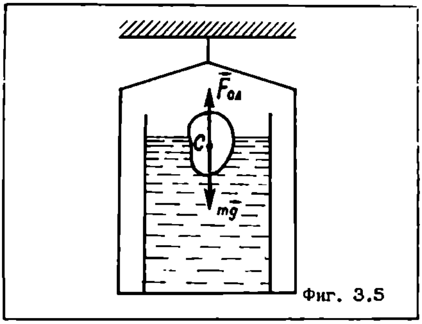
$$mg = V_0\rho_0 g. \qquad (2)$$

Кынд асченсорул се ридикэ акчелерат (фиг. 3.6) дин екуация фундаменталэ а динамичий корпулуй авем:

$$m(g+a)=\rho_0 g V. \qquad (3)$$

Елиминынд маса корпулуй дин екуацииле (2) ши (3), обцинем:

$$V=V_0\left(1+\frac{a}{g}\right), \qquad (4)$$

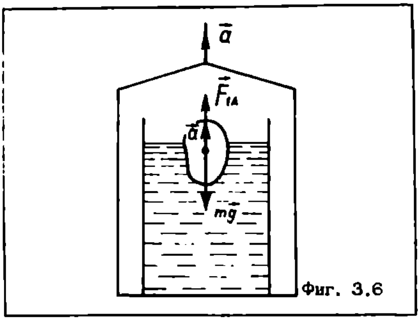


Фиг. 3.5

адикэ $V>V_0$ ши, прин урмаре, корпул се куфундэ май адынк. Ла коборыря акчелератэ ын мод аналог обцинем:

$$V=V_0\left(1-\frac{a}{g}\right). \qquad (5)$$

Ын амбеле казурь а фост комисэ ачеяш грешалэ: ну с'а цинут конт де фаптул кэ форца Архимеде есте егалэ ну ку форца де греутате, чи ку греутатя ликидулуй дезлокуит де корп. Ла ридикаре форца Архимеде есте егалэ ку $\rho_0(g+a)V$ ши ну ку $\rho_0 gV$, яр ла коборыре ку $\rho_0(g-a)V$. Ын амбеле казурь обцинем астфел резултатул корект: $V=V_0$, адикэ позиция корпулуй ын рапорт ку ликидул (ку асченсорул) ну се скимбэ. Ун лок деосебит ыл окупэ аич казул кэдерий либере. Лежя луй Архимеде ышь перде сенсул ын ачест каз, деоарече ну екзистэ греутатя корпурилор. Атыт корпул, кыт ши ликидул сынт импондерабиле ши корпул поате сэ я орьче позицие фацэ де ликид: корпул ва рэмыне аколо, унде ва фи пласат (дакэ, бинеынцелес, витеза луй инициалэ ын рапорт ку ликидул есте егалэ ку зеро, яр форца де тенсиуне суперфичиалэ се неглижазэ).



Фиг. 3.6

Ын унеле кэрць путем ынтылни афирмация кэ ун корп, каре се афлэ ын ликид (газ),

перде дин греутатя са атыт, кыт кынтэреште ликидул (газул) дезлокуит де корп. Де аич реесе: дакэ греутатя ликидулуй дезлокуит есте егалэ ку греутатя корпулуй пынэ ла куфундаря луй ын ликид, атунч ел перде тоатэ греутатя луй ши, прин урмаре, девине импондерабил. Е куноскут, ынсэ, кэ дакэ ун корп плутеште либер ын ликид (пентру корпуриле оможене денситатя лор требуе сэ фие егалэ ку денситатя ликидулуй), ел ну се афлэ ын старя де импондерабилитате. Ун скафандриер, вариинд маса костумулуй сэу, поате сэ плутяскэ либер ын апэ. Мишкэриле луй се асямэнэ ку мишкэриле космонаутулуй дин нава космикэ. Космонаутул се афлэ ын старя де импондерабилитате, яр скафандриерул ну. Скафандриерул се поате ориента ын спациу, яр космонаутул ну. Деачея космонаутул, нимеринд ын старя де импондерабилитате, се дезориентязэ комплект, пе кынд скафандриерул пур ши симплу симте доар о греутате май ушоарэ а корпулуй сэу ши а обьектелор дин апэ. Ачест фапт се експликэ прин спечификул апаратулуй вестибулар, каре ла ом ши ла анималеле вертебрате се гэсеште ын урекя интернэ.

Пентру симплитате вом черчета нумай о парте дин апаратул вестибулар—статочистул, ын форма луй чя май симплэ (ка ла анималеле инфериоаре), деоарече пе ной не интересязэ принчипиул, прин каре ачест апарат поате перчепе позиция корпулуй ын спациу ши старя де импондерабилитате. Статочистул репрезинтэ ун орган суб формэ де визикулэ, пе переций интериорь ай кэрея се афлэ чилий сензориаль ши концине ун ликид, ын каре се мишкэ либер статолитул (фиг. 3.7). Денситатя ликидулуй дин статочист е май микэ декыт денситатя статолитулуй.

Кынд скафандриерул стэ ын апэ (сау пе Пэмынт) ын пичоаре, статолитул ексчитэ чилий сензориаль ын режиуня *AB*. Ын реалитате ла ом ши ла анималеле вертебрате ситуация е май компликатэ ши ролул статолитулуй ыл жоакэ отолитул. Кынд скафандриерул стэ ку капул ын жос статолитул ексчитэ чилий сензориаль ын режиуня *CD*. Ын диферите позиций статолитул ексчитэ ын диферите локурь чилий сензориаль ай статочистулуй ши скафандриерул (ка ши орьче ом де пе супрафаца Пэмынтулуй) симте скимбаря позицией корпулуй сэу.

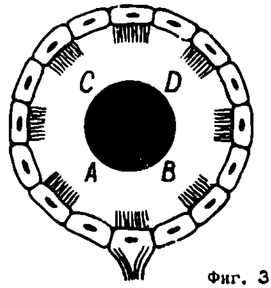
Ла космонаутул дин нава космикэ статолитул ну апасэ асупра чилилор сензориаль ничи ын уна дин позицииле корпулуй ши, прин урмаре, космонаутул ну симте позиция са ын спациу (ын че дирекцие е Пэмынтул).

Старя де импондерабилитате а унуй корп поате фи дефинитэ ши ка старя, ын каре форцеле де гравитацие екстериоарэ

ну провоакэ пресиунь речипроче ынтре партикулеле луй. Дакэ ун корп плутеште либер ын ликид, форца де пресиуне динтре пэрциле корпулуй ну диспаре. Прин урмаре, греутатя корпулуй скуфундат ын ликид есте диферитэ де зеро кяр ши ын казул, кынд ачест корп плутеште либер.

Пентру мулць елевь есте гря урмэтоаря ынтребаре: ку че есте егалэ греутатя унуй корп, каре каде «либер» ынтр'ун ликид оарекаре («либер» аич ынсямнэ кэ ынтре корпул ын мишкаре ши ликид липсеште форца де резистенцэ). Дакэ вом егала греутатя корпулуй P ку диференца динтре форца луй де греутате mg ши форца Архимеде $\rho_0 gV$, атунч

$$P=(\rho-\rho_0)gV, \qquad (3.2)'$$



Фиг. 3.7

унде V есте волумул корпулуй, ρ — денситатя корпулуй, ρ_0 — денситатя ликидулуй ($\rho_0<\rho$). Ачастэ формулэ не кондуче ла урмэтоаря контрадикцие. Дакэ корпул каде либер ын вид ($\rho_0=0$), дин формула де май сус реесе кэ греутатя луй есте егалэ ку форца де греутате ρgV. Пе де алтэ парте се штие кэ ла кэдеря либерэ греутатя корпулуй есте егалэ ку зеро.

Пентру а да греутэций корпулуй о дефиниције, каре сэ ну не кондукэ ла контрадикций, требуе сэ цинем конт де урмэторул лукру.

Дин пунктул де ведере ал детерминэрий греутэций унуй корп ликидул (газул) ши супортул солид ну се деосебеск принчипиал прин нимик. Деосебиря ын кондицииле кынтэририй констэ нумай ын фаптул кэ ын казул супортулуй солид форцеле, че акционязэ асупра супортулуй дин партя корпулуй кынтэрит, сынт кончентрате пе о супрафацэ микэ де танженцэ динтре корп ши супорт. Яр ын казул корпулуй скуфундат ын ликид, форцеле де интеракциуне динтре ликид ши корп сынт репартизате пе тоатэ супрафаца корпулуй.

Дакэ ну консидерэм ликидул (газул) дрепт супорт, греутатя корпулуй че плутеште ын ликид (газ) ($\rho<\rho_0$) есте недетерминатэ. Егалынд греутатя корпулуй P нумай ку форца де тенсиуне а суспенсией T, путем обцине пентру P валорь де ла 0 пынэ ла модулул форцей де греутате а корпулуй mg. Дар

путем оаре афирмэ кэ греутатя унуй вапор че плутеште есте егалэ ку зеро?

Ши май мулт, адмитем кэ апа (ликидул) ынгяцэ. Атунч гяца сервеште дрепт супорт ши греутатя корпулуй есте егалэ ку форца луй де греутате. Дакэ гяца се топеште ши ну вом консидера апа дрепт супорт, греутатя корпулуй девине егалэ ку зеро. Ачастэ конклузие е грешитэ, деоарече старя меканикэ а корпулуй ну с'а скимбат ла топиря гецей: форцеле че акционязэ асупра корпулуй ши дистрибуиря лор ау рэмас ачеляшь, яр акчелерация ын амбеле казурь есте егалэ ку зеро. Консидерынд ликидул (газул) дрепт супорт, скэпэм де орьче контрадикций.

Ын афарэ де скуфундаря ын ликид, кондицииле кынтэририй корпулуй се скимбэ ши ын казул мишкэрий ку акчелерацие а корпулуй, сау ын казул ындепэртэрий корпулуй де ла Пэмынт ши апропиерий луй де алте планете. Вом да аич о дефиниций а греутэций корпулуй, каре сэ фие валабилэ пентру тоате казуриле.

Се нумеште греутате а корпулуй форца, егалэ дупэ модул ку резултанта тутурор форцелор суперфичиале, че акционязэ асупра корпулуй. Греутатя корпулуй есте ориентатэ ын дирекцие опусэ ачестей резултанте ши есте апликатэ супортулуй (супортурилор). Дакэ корпул есте суспендат ын вид, ачастэ резултантэ, адикэ ши греутатя корпулуй есте егалэ ку форца де тенсиуне а суспенсией. Дакэ корпул се афлэ пе ун супорт ын вид, греутатя есте егалэ ку форца де интеракциуне динтре корп ши супорт. Дакэ асупра корпулуй акционязэ ын ачелаш тимп ши супортул ши суспенсия, греутатя корпулуй есте егалэ ку сума модулилор форцелор де акциуне а корпулуй асупра супортулуй ши суспенсией. Дакэ ун корп каде «либер» ынтр'ун ликид, греутатя луй есте егалэ дупэ модул ку форца Архимеде $\rho_0 g V$, адикэ ку форца де интеракциуне динтре корп ши супорт (ликид). Дакэ $\rho_0 \to 0$, греутатя корпулуй девине егалэ ку зеро ын конформитате ку афирмация дин мануал: орьче корп, каре се мишкэ нумай суб акциуня форцей де атракцие универсалэ ($\rho_0 \to 0$, $F_A \to 0$), се афлэ ын старе де импондерабилитате.

Е нечесар, сэ менционэм кэ дакэ форцеле кулониене сынт суперфичиале, атунч ши кымпул електростатик поате фи привит ка ун супорт. Дакэ ынтр'ун конденсатор суб акциуня кымпулуй електрик о билэ металикэ се афлэ ын старе суспендатэ, ну путем афирма кэ греутатя ачестуй корп есте егалэ ку зеро, деоарече резултанта форцелор суперфичиале есте диферитэ

де зеро. Ын афарэ де ачаста путем демонстра ушор, кэ пресиуня речипрокэ динтре пэрциле корпулуй, провокатэ де форца де гравитацие екстериоарэ, есте де асеменя диферитэ де зеро. Прин урмаре, ачест корп ну поате фи консидерат ын старе де импондерабилитате ши греутатя луй есте диферитэ де зеро. Дакэ сарчина електрикэ, ку каре есте ынкэркат ун корп, ар фи репартизатэ униформ ын тоате партикулеле корпулуй ши ар фи легатэ де ачесте партикуле, корпул дин кымпул електростатик се ва афла ын старе де импондерабилитате. Ын ачест каз кымпул електрик ынтрэ ын тот волумул корпулуй ши форцеле суперфичиале липсеск. Липсеште ши пресиуня речипрокэ.

Нотэ. Ын литература методикэ ши штиинцификэ екзистэ чирка 10 варианте де дефиниције а греутэций корпулуй. Ауторул а дат преферинцэ дефиницией, каре ну е контрадикторие, е май апроапе де дефиниция дин мануал ши конформ кэрея старя де импондерабилитате апаре одатэ ку анулаpя греутэций корпулуй.

Се штие, кэ дакэ позиция финалэ се афлэ ла о ынэлциме май микэ декыт позиция иницналэ, атунч енержия потенциалэ а корпулуй, асупра кэруя акционязэ форца де греутате, дескреште. Дар ла мишкаря унуй корп ынтр'ун ликид (газ) ку денситатя май маре декыт денситатя корпулуй, енержия потенциалэ а ачестуя креште одатэ ку микшораря ынэлцимий. Де екземплу, о билэ де лемн куфундатэ ын апэ поседэ о енержие потенциалэ май маре декыт ачеяш билэ, каре се афлэ ла супрафаца апей, деоарече ла мишкаря билей спре супрафаца апей форца Архимеде ши форца де греутате ефектуязэ ымпреунэ ун лукру позитив.

Дакэ вом консидера супрафаца ликидулуй дрепт нивел нул ал енержией потенциале, корпул де масэ m, ридикат де асупра апей ла ынэлцимя $|AC| = H$ (фиг. 3.8), поседэ о енержие потенциалэ, каре се детерминэ дупэ формула:

$$\Pi = mgH. \tag{3.3}$$

Пентру а калкула енержия потенциалэ а ачестуй корп, кынд ел се афлэ ла адынчимя $|CB| = h$, требуе сэ калкулэм лукрул механик ефектуат де форца Архимеде ши де форца де греутате ла мишкаря корпулуй дин позиция B спре супрафаца апей (де екземплу, ын позиция C). Се поате демонстра, кэ ачест лукру ну депинде де форма траекторией:

$$A_{BC} = (F_A - mg)h = (\rho_0 - \rho)Vgh, \tag{3.4}$$

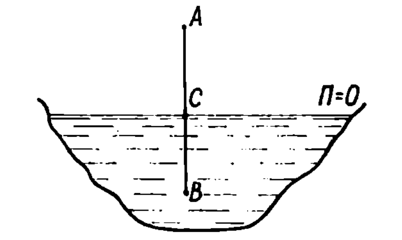
унде V есте волумул корпулуй, яр ρ_0 ши ρ — денситатя лики-

дулуй ши а корпулуй. Енержия потенциалэ ын пунктул B есте егалэ нумерик ку лукрул A_{BC}, деоарече ын пунктул C енержия потенциалэ есте егалэ ку зеро.

Аша дар, ын апэ енержия потенциалэ ва фи:

$$П' = (\rho_0 - \rho) V \rho h. \tag{3.5}$$

Дин ачастэ формулэ се веде, кэ ун корп ку денситатя май микэ декыт денситатя ликидулуй ын каре есте куфундат ($\rho < \rho_0$), ышь мэреште енержия потенциалэ одатэ ку крештеря адынчимий де куфундаре. Деч, ла резолваря проблемелор, ын каре корпуриле се мишкэ ын ликиде, се поате аплика лежя консервэрий енержией механиче, дакэ неглижэм феноменеле суперфичиале ши резистенца опусэ де ликид ла мишкаря корпулуй прин ел.



Фиг. 3.8

◆ **Проблема 3.5.** Ку че витезэ инициалэ минимэ требуе сэ фие арункатэ вертикал ын жос о билэ де лемн ку денситатя ρ де ла ынэлцимя H де асупра унуй лак ка сэ ажунгэ ла адынчимя h. Денситатя апей се консидерэ егалэ ку ρ_0 ши $\rho < \rho_0$. Резистенца апей ши а аерулуй се неглижазэ.

Резолваре. Конформ лежий консервэрий енержией механиче тотале (витеза финалэ есте егалэ ку зеро), авем:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH = (\rho_0 - \rho) ghV. \tag{1}$$

Резолвынд ачастэ екуацие ын рапорт ку v_0, обцинем:

$$v_0 = \sqrt{2g} \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} h - H}. \tag{2}$$

Сэ анализэм резултатул (2). Одатэ ку крештеря ынэлцимий H витеза дескреште. Дакэ $H > \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} h$, обцинем о рэдэчинэ имажинарэ. Ачаста ну ынсямнэ кэ проблема н'аре солуцие. Ын ачест каз била о сэ ажунгэ ла адынчимя h ку о витезэ диферитэ де зеро, кяр ши ын казул, кынд витеза ей инициалэ ва фи егалэ ку зеро.

4 ФИЗИКА МОЛЕКУЛАРЭ. ФЕНОМЕНЕ ТЕРМИЧЕ

§ 16. Лежиле луй Бойл—Мариотт, Гей-Луссак, Шарл. Екуация де старе а газулуй идеал

Лежиле газелор сынт ын апаренцэ ушоаре. Дар ла екзамене мулте рэспунсурь ла ачастэ темэ сынт инкоректе. Уний уйтэ, кэ ачесте лежь сынт валабиле нумай пентру газеле идеале. Яр алций, дешь цин конт де ачест лукру, ну пот да дефиниция коректэ а газулуй идеал сау рэспунд ын фелул урмэтор: «Дакэ интеракциуня динтре молекулеле унуй газ есте микэ, газул се нумеште идеал». Ын физикэ ынсэ ну екзистэ ноциуня: мик сау маре. О мэриме поате фи микэ ын компараcие ку алта ши ын ачелаш тимп сэ фие маре ын компараcие ку а трея мэриме. Де екземплу, ну путем спуне кэ атомул есте мик. Пентру саванций, каре черчетязэ партикулеле елементаре, атомул аре дименсиунь фоарте марь.

Ын теория чинетико-молекуларэ газул се нумеште *идеал*, дакэ енержия потенциалэ де интеракциуне а молекулелор есте мулт май микэ декыт енержия лор чинетикэ. Газеле реале дупэ проприетэциле лор се апропие де газеле идеале ын казул температурилор ну пря жоасе ши а пресиунилор ну пря марь.

Лежиле луй Бойл—Мариотт, Гей-Луссак ши Шарл пот фи апликате ла резолваря проблемелор нумай ын казул, кынд дин дателе лор реесе кэ маса газулуй черчетат рэмыне константэ. Неглижаря ачестуй фапт ын формуларя лежилор газулуй не кондуче ла диферите грешель ла резолваря проблемелор. Е нечесар сэ менционэм, кэ ши маса моларэ требуе сэ фие константэ, адикэ ын васул, ын каре се афлэ газул, ну требуе сэ айбэ лок прочесе кимиче.

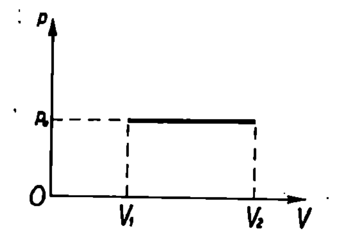
Графикул прочесулуй изотермик ын координателе pV репрезинтэ о хиперболэ, нумитэ *изотермэ*. Дакэ ла формуларя лежий луй Бойл—Мариотт ну вом менциона кэ маса газулуй требуе сэ рэмынэ константэ, атунч ну есте екслус, ка графикул прочесулуй изотермик ын координателе pV сэ фие о линие дряптэ (фиг. 4.1).

Ачест график кореспунде урмэторулуй прочес: ынтр'ун чи-

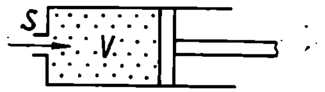
линдру ку о гаурэ ла фунд S се мишкэ ун пистон (фиг. 4.1а). Ла мишкаря ынчатэ а пистонулуй спре дряпта волумул газулуй дин чилиндру се мэреште, яр температура ши пресиуня пот сэ рэмынэ константе.

Графикул прочесулуй изокор (волумул констант) ын коордонателе pT поате сэ репрезинте ши о линие фрынтэ, дакэ маса газулуй ну ва рэмыне константэ (фиг. 4.2).

Ачест график кореспунде урмэторулуй прочес: ынтр'ун ба-



Фиг. 4.1



Фиг. 4.1а

лон се афлэ о кантитате де газ ла температура T_1 ши пресиуня p_1. Ла ынкэлзиря пынэ ла температура T_2 маса газулуй рэмыне константэ ши пресиуня есте директ пропорционалэ ку температура, конформ лежий луй Шарл. Дакэ балонул аре о супапэ каре дэ друмул газулуй сэ ясэ дин балон, кынд пресиуня ын ел е май маре декыт пресиуня p_2, атунч, ынчепынд ку T_2, пресиуня ну депинде де температурэ. Ла ынкэлзиря де май департе графикул пресиуний ва фи о дряптэ паралелэ ку акса температурий.

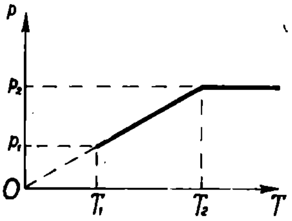
Ну орьче хиперболэ репрезинтэ графикул прочесулуй изотермик. Дакэ вом конструи графикул депенденцей масей де температурэ ын прочесул де ынкэлзире а газулуй ла температурь май марь декыт T_2 (фиг. 4.2), вом обцине о хиперболэ (фиг. 4.3).

Ынтр'адевэр, ын ачест каз волумул ши пресиуня сынт константе ши конформ екуацией луй Менделеев—Клапейрон:

$$m = \frac{pVM}{R} \cdot \frac{1}{T} = \frac{\text{const}}{T}. \qquad (4.1)$$

Пе де алтэ парте, екзистэ прочесе ла температурь константе, але кэрор графиче ын коордонателе pV ну репрезинтэ о

хиперболэ. Адмитем кэ ынтр'ун чилиндру се афлэ ун пистон унит ку ун арк, яр дин алтэ парте помпэм ынчет газ астфел, ынкыт температура луй сэ рэмынэ константэ (фиг. 4.4). Пресиуня газулуй дин чилиндру ва фи пропорционалэ ку волумул луй ши графикул ачестуй прочес ва репрезента о линие дряптэ, ку тоате кэ температура рэмыне константэ. Астфел, «изотерма» ын координателе pV поате фи о линие дряптэ, дар ну хиперболэ (фиг. 4.1 ши 4.5).



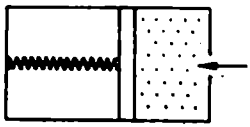
Фиг. 4.2

Фиг. 4.3

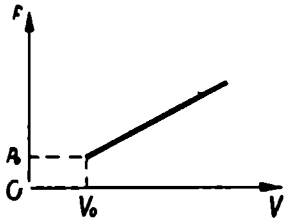
Ла конструиря графичелор диферителор прочесе путем фолоси екуация луй Менделеев—Клапейрон.

Ын фиг. 4.6 сынт репрезентате доуэ изотерме. Прин че се деосебеск прочеселе изотермиче, че кореспунд ачестор доуэ графиче?

Пентру а рэспунде ла ачастэ ынтребаре дучем май ынтый бисектоаря унгюлуй, формат де акселе волумулуй ши пресиуний. Продусул p_1V_1 есте май мик декыт p_2V_2 (ка ария унуй патрат ынскрис ын алт патрат).



Фиг. 4.4



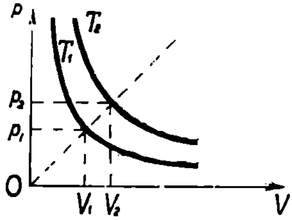
Фиг. 4.5

Конформ екуацией луй Менделеев—Клапейрон дин инегалитатя $p_1V_1<p_2V_2$, авем

$$\frac{m}{M}RT_1<\frac{m}{M}RT_2,$$

де унде $T_1<T_2$.

Графичеле прочеселор изотермиче ын системеле де координате VT ши pT ну май сынт хиперболе, чи дрепте перпендикуларе пе акса температурий (фиг. 4.7 ши 4.8).



Фиг. 4.9

Графикул депенденцей волумулуй унуй газ де температура луй ла пресиуня константэ (сынт де асеменя константе маса ши маса моларэ), адикэ графикул прочесулуй изобар ын системул де коордонате VT репрезинтэ ун сегмент де дряптэ, прелунжиря кэруя тречe прин орижиня коордонателор (фиг. 4.9). Унгюл α динтре ачастэ дряптэ ши акса температурий депинде де пресиуне.

Дин фиг. 4.9 пентру валориле нумериче авем

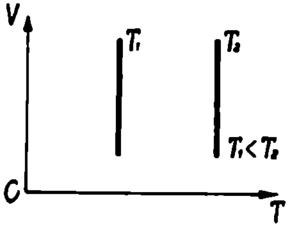
$$\frac{|AB|}{|OB|}=\frac{V}{T}=\operatorname{tg}\alpha, \tag{4.2}$$

яр дин екуация луй Менделеев—Клапейрон

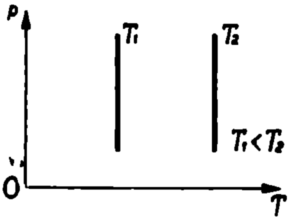
$$\frac{V}{T}=\frac{1}{p}\,\frac{mR}{M}. \tag{4.3}$$

Егалынд пэрциле дин дряпта але екуациилор (4.2) ши (4.3), обцинем:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{mR}{M}\cdot\frac{1}{p}. \tag{4.4}$$



Фиг. 4.7



Фиг. 4.8

Деоарече експресия $\frac{mR}{M}$ рэмыне константэ, унгюл α дескреште монотон одатэ ку крештеря пресиуний (фиг. 4.9), яр изобара се апропие де акса температурий ($p^1<p_2$).

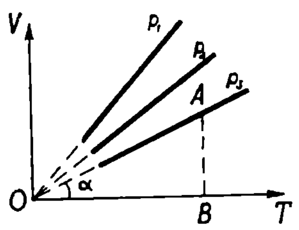
Ын системеле де координате pV ши pT графичеле прочеселор изобаре репрезинтэ линий дрепте, перпендикуларе пе акса пресиуний (фиг. 4.10 ши 4.11).

Графикул прочесулуй изокор ын системул де координате pT репрезинтэ о линие дряптэ, каре трече прин орижиня координателор (фиг. 4.12).

Ын координателе VT путем демонстра, кэ унгюл α депинде де волум:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{mR}{M}\cdot\frac{1}{V}, \qquad (4.5)$$

адикэ изокора се апропие де акса температурий одатэ ку крештеря волумулуй ($V_1<V_2$).



Фиг. 4.8

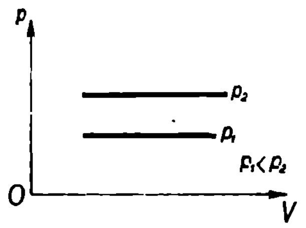
Ын координателе pV ши VT графичеле прочеселор изокоре репрезинтэ линий дрепте, перпендикуларе пе акса волумулуй (фиг. 4.13 ши 4.14).

Конформ теорией чинетико-молекуларе пресиуня газулуй идеал депинде нумай де концентрация молекулелор ши де температурэ, дар ну депинде де маса молекулелор:

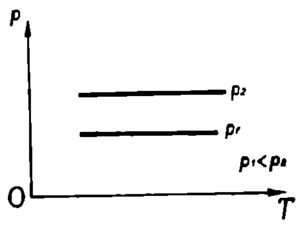
$$p=knT, \qquad (4.6)$$

унде k есте константа Болцман.

Адмитем, кэ ынтр'ун вас се афлэ ун аместек де доуэ газе ку концентрацииле n_1 ши n_2.



Фиг. 4.10



Фиг. 4.11

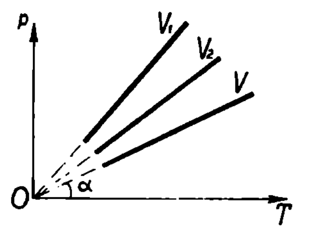
Кончентрация тоталэ есте:

$$n=n_1+n_2. \qquad (4.7)$$

Субституинд (4.7) ын (4.6), обцинем:

$$p=p_1+p_2, \qquad (4.8)$$

унде $p_1=kn_1T$, $p_2=kn_2T$ се нумеск *пресиунь парциале* але челор доуэ газе. Ку алте кувинте, пресиуня парциалэ а унуй газ оарекаре дин аместекул де газе се нумеште пресиуня, пе каре ар авя-о ачест газ, дакэ ел ар окупа тот васул. Формула (4.8) екскримэ лежя луй Далтон: *пресиуня унуй аместек де газе идеале есте егалэ ку сума пресиунилор парциале але газелор компоненте але аместекулуй.* Формула (4.8) поате фи женерализатэ пентру ун аместек де май мулте газе:

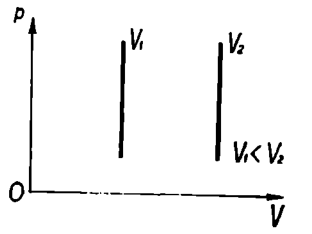


Фиг. 4.12

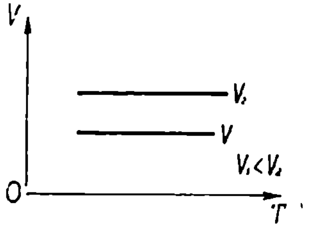
$$p=p_1+p_2+\ldots+p_N. \qquad (4.9)$$

Проблемеле реферитоаре ла лежиле газелор ну презинтэ дификултэць есенциале пентру елевь. Дакэ маса газулуй ши маса луй моларэ рэмын константе ын урма унуй прочес оарекаре, май ынтый стабилим, каре динтре параметри рэмыне констант (p, V сау T), апой фолосим лежя кореспунзэтоаре. Дакэ ачешть трей параметри вариязэ, апликэм екуация луй Клапейрон:

$$\frac{pV}{T}=\text{const}. \qquad (4.10)$$



Фиг. 4.13



Фиг. 4.14

Дакэ ын проблемэ се спуне, кэ маса газулуй вариязэ сау кэ еа требуе детерминатэ, атунч фолосим уника екуацие, каре концине маса газулуй — екуация луй Менделеев—Клапейрон. Ачаста се реферэ ши ла маса моларэ.

Ла резолваря проблемелор, ын каре есте датэ сау се чере сэ афлэм денситатя газулуй, фолосим де асеменя екуация луй Менделеев—Клапейрон скрисэ суб форма:

$$p = \frac{\rho}{M} RT, \qquad (4.11)$$

унде $\rho = \frac{m}{V}$ есте денситатя газулуй.

§ 17. Кантитатя де кэлдурэ ши лукрул механик ын термодинамикэ

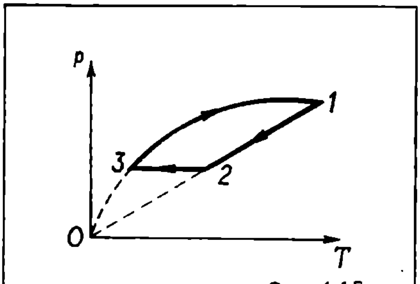
«Енержия меканикэ се трансформэ ын кэлдурэ» — десеорь се рэспунде ла екзаменеле де адмитере. Афирмация ачаста ну е коректэ, деоарече о формэ а енержией (енержия меканикэ) есте конфундатэ ку о формэ де трансмитере а ей (кэлдура).

Ла калкуларя кантитэций де кэлдурэ, комуникате унуй корп, ну требуе сэ конфундэм капачитатя термикэ а унуй корп ку капачитатя термикэ спечификэ а луй. Де екземплу, проблема: «Температура индикатэ де ун термометру, капачитатя термикэ а кэруя есте егалэ ку...» мулць елевь о резолвэ ын формэ женералэ, дар ну ынтродук валориле нумериче, експликынд ачест лукру прин ачея, кэ ну куноск маса термометрулуй. Ынсэ нич ну е невое сэ куноаштем маса унуй корп пентру а афла кантитатя де кэлдурэ нечесарэ пентру ынкэлзиря луй, дакэ есте датэ капачитатя термикэ а корпулуй.

Лукрул механик ефектуат де газ ын прочеселе, че ау лок ла о пресиуне константэ, есте егал ку продусул динтре пресиуня газулуй ши вариация волумулуй луй. Ын казул, кынд пресиуня ка функцие де волум ну е константэ, лукрул механик поате фи детерминат, калкулынд ария фигурий, мэржините де графикул пресиуний, ка функцие де волум, де акса волумулуй ши де доуэ перпендикуларе пе акса волумулуй, каре кореспунд волумулуй инициал ши челуй финал. Ын мулте проблеме ынсэ сынт дате графичеле прочеселор ын коордонателе VT ши pT. Е грешит сэ егалэм лукрул механик ал газулуй ку ария фигурий ын ачесте коордонате. Май ынтый требуе сэ репрезентэм график прочесул студият ын коордонателе волум — пресиуне.

◆ **Проблема 4.1.** Асупра унуй мол де газ с'а ефектуат ун чиклу ынкис, каре констэ динтр'о изокорэ $1\to2$, изобарэ $2\to3$, яр пе порциуня $3\to1$ температура $T=ap^2$, унде a есте о мэриме константэ (фиг. 4.15). Сэ се детермине лукрул ефектуат де газ ын ачест чиклу, дакэ $T_1=900$ К, яр $T_3=400$ К.

Резолваре. Пунынд ын екуация луй Менделеев—Клапейрон $T=ap^2$, обцинем:



Фиг. 4.15

$$p=\frac{V}{Ra}, \quad (1)$$

унде ам консидерат кэ $m=M$. Аша дар, ын координателе pV порциуня $3\to1$ ва фи репрезентатэ принтр'ун сегмент де дряптэ, прелунжиря кэруя тречe прин орижиня координателор (фиг. 4.16).

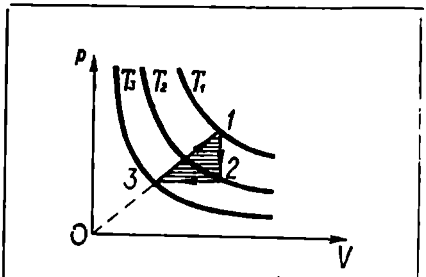
Пентру ун прочес ынкис се поате демонстра ушор, кэ лукрул механик ва фи егал ку ария фигурий формате де графикул пресиуний. Калкулынд ария триунгюлуй хашурат (фиг. 4.16), обцинем лукрул газулуй ын ачест прочес:

$$A=\frac{(V_1-V_3)(p_1-p_3)}{2}. \quad (2)$$

Субституинд (1) ын (2), обцинем:

$$A=\frac{R}{2}(\sqrt{T_1}-\sqrt{T_3})^2. \quad (3)$$

Субституинд ын (3) валориле нумериче, афлэм: $A=415{,}5$ Ж.



Фиг. 4.16

Ын термодинамикэ челе май компликате сынт проблемеле, ын каре се чере сэ калкулэм рандаментул диферителор прочесе.

◆ **Проблема 4.2.** Сэ се детермине рандаментул прочесулуй дин проблема 4.1 (фиг. 4.15), консидерынд газул моноатомик.

Резолваре. Репрезентэм графикул ачестуй прочес ын коордонателе pV (фиг. 4.16). Конформ дефиницией рандаментулуй, авем

$$\eta=\frac{A}{Q}. \qquad (1)$$

Сэ калкулэм лукрул меканик A, ефектуат де газ ын ачест прочес, ши кантитатя де кэлдурэ Q примитэ де ел де ла ынкэлзитор. Лукрул меканик A а фост калкулат ын проблема пречедентэ (формула (3)):

$$A=\frac{R}{2}(\sqrt{T_1}-\sqrt{T_3})^2. \qquad (2)$$

Пентру а афла кантитатя де кэлдурэ Q примитэ де газ, требуе май ынтый сэ калкулэм кантитэциле де кэлдурэ Q_1 пе порциуня (1→2), Q_2 пе порциуня (2→3) ши Q_3 пе порциуня (3→1). Кантитатя де кэлдурэ Q ва фи егалэ ку сума кантитэцилор де кэлдурэ позитиве.

Нотэ. Дакэ куноаштем лукрул A ефектуат де газ, атунч пентру а калкула рандаментул е суфичиент сэ стабилим, каре кантитэць де кэлдурэ сынт позитиве ши сэ ле калкулэм нумай пе еле. Ынсэ ши ын ачест каз аре сенс сэ калкулэм тоате кантитэциле де кэлдурэ (Q_1, Q_2 ши Q_3). Ын примул рынд, вом фи май сигурь де семнул лор (позитив сау негатив). Ын ал дойля рынд, вом авя посибилитате сэ верификэм резултатул обцинут, деоарече вом путя калкула лукрул A прин доуэ методе. Ынтр'адевэр, пентру ун прочес ынкис лукрул меканик ефектуат де газ поате фи егалат сау ку ария фигурий формате де графикул пресиуний сау ку сума алжебрикэ а кантитэцилор де кэлдурэ ($Q_1+Q_2+Q_3$).

Конформ примей лежь а термодинамичий, авем:

$$Q_1=A_1+\Delta U_1, \qquad (3)$$

унде A_1 есте лукрул меканик, ефектуат де газ ын урма прочесулуй изокор 1→2, яр ΔU_1 есте вариация енержией луй интериоаре ын урма ачестуй прочес.

$$A_1=0, \qquad (4)$$

$$\Delta U_1=\frac{3}{2}R(T_2-T_1). \qquad (5)$$

Лукрул A_1 есте егал ку зеро, фииндкэ ария фигурий формате де графикул пресиуний есте егалэ ку зеро, яр пентру калкуларя вариацией енержией интериоаре а газулуй (5) ам апликат

формула, каре детерминэ енержия интериоарэ а газулуй идеал:

$$U=\frac{m}{M}\frac{3}{2}RT. \tag{6}$$

Субституинд (4) ши (5) ын (3), обцинем:

$$Q_1=\frac{3}{2}R(T_2-T_1). \tag{7}$$

Дукынд ын фиг. 4. 16 трей изотерме прин пунктеле 1, 2 ши 3, стабилим кэ $T_2<T_1$ ши, прин урмаре, Q_1 есте негативэ.

Кантитатя де кэлдурэ пентру прочесул изобар 2→3 ва фи:

$$Q_2=A_2+\Delta U_2, \tag{8}$$

унде

$$A_2=p_2(V_3-V_2)=p_3V_3-p_2V_2=R(T_3-T_2), \tag{9}$$

$$\Delta U_2=\frac{3}{2}R(T_3-T_2). \tag{10}$$

Ла калкуларя лукрулуй меканик (9) ам фолосит екуация луй Менделеев—Клапейрон: $p_3V_3=RT_3$ ши $p_2V_2=RT_2$. Ынлокуинд (9) ши (10) ын (8), обцинем:

$$Q_2=\frac{5}{2}R(T_3-T_2). \tag{11}$$

Дин фиг. 4.16 се веде, кэ $T_3<T_2$ ши конформ формулей (11) авем $Q_2<0$.

Нотэ. Семнеле кантитэцилор де кэлдурэ Q_1 ши Q_2 се пот стабили фэрэ а калкула ачесте мэримь. Ын прочесул изокор 1→2 лукрул A_1 есте егал ку зеро ши, прин урмаре, $Q_1=\Delta U_1$. Дин фиг. 4.16 се веде кэ $\Delta U_1<0$, деоаречe $T_2<T_1$. Астфел $Q_1<0$. Ын прочесул изобар вариация енержией интериоаре а газулуй ΔU_2 ши лукрул ефектуат де газ A_2 сынт негативе, деоаречe $T_3<T_2$ ши $V_3<V_2$, деч $Q_2<0$.

Пентру прочесул 3→1 авем:

$$Q_3=A_3+\Delta U_3, \tag{12}$$

унде

$$A_3=\frac{1}{2}(V_1-V_3)(p_1+p_3), \tag{13}$$

$$\Delta U_3=\frac{3}{2}R(T_1-T_3). \tag{14}$$

Фолосинд формула $p=\frac{V}{Ra}$, дин (13) резултэ:

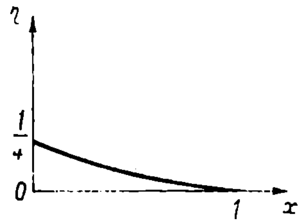
$$A_3=\frac{R}{2}(T_1-T_3). \qquad (15)$$

Ынлокуинд (14) ши (15) ын (12), авем:

$$Q_3=2R(T_1-T_3). \qquad (16)$$

Компарынд изотермеле, каре трек прин пунктеле 1 ши 3 (фиг. 4.16) тражем конклузия кэ $Q_3>0$. Аша дар, кантитатя де кэлдурэ примитэ де газ де ла ынкэлзитор ва фи егалэ ку Q_3, деоарече Q_1 ши Q_2 сынт негативе. Ынлокуинд (2) ши (16) ын (1), обцинем:

$$\eta=\frac{1}{4}\,\frac{\sqrt{T_1}-\sqrt{T_3}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_3}}. \qquad (17)$$



Фиг. 1.17

Субституинд валориле нумериче, обцинем: $\eta=5\%$.

Рандаментул депинде де рапортул $x=\frac{\sqrt{T_3}}{\sqrt{T_1}}$, конформ формулей:

$$\eta=\frac{1}{4}\,\frac{1-x}{1+x}. \qquad (18)$$

Графикул ачестей депенденце есте репрезентат ын фиг. 4.17. Дин ачест график есте евидент, кэ η есте максим пентру $T_3=0$ ($\eta=25\%$) ши есте егал ку зеро пентру $x=1$, адикэ пентру $T_3=T_1$.

Верификаре. Формула (2), каре детерминэ лукрул меканик ын прочесул ынкис, а фост луатэ дин проблема пречедентэ. Ынсэ ын локул луй A с'а путут фолоси сума $Q_1+Q_2+Q_3$, адикэ рандаментул путя фи калкулат дупэ формула:

$$\eta=\frac{Q_1+Q_2+Q_3}{Q_3}. \qquad (19)$$

Ынтр'адевэр, конформ примей лежь а термодинамичий, авем

$$Q_1+Q_2+Q_3=A, \qquad (20)$$

деоаречe вариация енержией интериоаре а газулуй ын прочесул ынкис есте егалэ ку зеро $\left(\Delta U = \frac{3}{2}R(T_1 - T_1) = 0\right)$.

Адунынд валориле Q_1, Q_2 ши Q_3 дин (7), (11) ши (16), авем:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{R}{2}(T_1 + T_3 - 2T_2). \tag{21}$$

Фолосинд екуация луй Менделеев—Клапейрон $p_2V_2 = RT_2$ ши цинынд конт кэ $p_2 = p_3$, $V_2 = V_1$, авем:

$$p_3V_1 = RT_2. \tag{22}$$

Субституинд ын (22) валоаря луй V_1 екпримат прин $p_1(V_1 = Rap_1)$ ши фолосинд релацииле $p_1 = \sqrt{\frac{T_1}{a}}$ ши $p_2 = \sqrt{\frac{T_2}{a}}$, обцинем: $T_2 = \sqrt{T_1T_3}$.

Фолосинд ачастэ релацие, не путем конвинӂе кэ

$$A = \frac{R}{2}(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2.$$

§ 18. Биланцул термик ши скимбаря стэрий де агрегаре а субстанцелор

Деши проблемеле, каре се резолвэ прин алкэтуиря екуацией биланцулуй термик, ну президнтэ дификултэць есенциале, сынт казурь, кынд алкэтуиря формалэ а екуацией биланцулуй термик не поате кондуче ла диферите грешель.

◆ **Проблема 4.3.** Ынтр'ун калориметру, ын каре се афлэ 10 кг де гяцэ ла температура де 0°С, се ынтродуче 1 кг де вапорь де апэ ку температура де 100°С. Сэ се детермине температура финалэ а апей дин калориметру, дакэ капачитатя луй термикэ поате фи неглижатэ.

Резолваре. Нотынд маса гецей ку m_1, температура ей инициалэ ку t_1, маса вапорилор ку m_2 ши температура лор ку t_2, яр температура финалэ а аместекулуй ку Θ, екуация биланцулуй термик се поате скрие суб форма:

$$m_2L + m_2c(t_2 - \Theta) = m_1\lambda + m_1c(\Theta - t_1), \tag{1}$$

унде L есте кэлдура спечификэ де вапоризаре а апей, яр λ — кэлдура спечификэ де топире а гецей.

Примул термен дин партя стынгэ а екуацией (1) репрезинтэ кантитатя де кэлдурэ чедатэ де вапорь ла конденсаря лор, яр терменул ал дойля — кантитатя де кэлдурэ чедатэ де апа, че с'а формат дин ачешть вапорь ла рэчиря ей де ла 100°С пынэ ла температура финалэ Θ. Примул термен дин дряпта репрезинтэ кантитатя де кэлдурэ консуматэ пентру топиря гецей, яр ал дойля — пентру ынкэлзиря апей, формате ла топиря гецей де ла 0°С пынэ ла температура финалэ Θ.

Резолвынд екуация (1) ын рапорт ку Θ, афлэм:

$$\Theta=\frac{m_2L-m_1\lambda+c(m_1t_1+m_2t_2)}{(m_1+m_2)c}. \qquad (2)$$

Субституинд валориле нумериче, обцинем:

$$\Theta=-15°\text{C}. \qquad (3)$$

Есте евидент, кэ ам обцинут ун резултат грешит, деоарече нич уна дин температуриле инициале але компонентелор н'а фост негативэ. Верификаря аратэ, кэ ла калкуле ну с'ау комис грешель. Грешитэ есте екуация (1), ла компунеря кэрея ам пресупус, кэ с'а топит тоатэ гяца дин калориметру. Ынсэ е нечесар сэ верификэм май ынтый, дакэ кантитатя де кэлдурэ чедатэ де вапорь ла конденсаря лор ши ла рэчиря ултериоарэ а апей ва фи суфичиентэ пентру топиря ынтрежий кантитэць де гяцэ. Адикэ, требуе сэ калкулэм, кытэ гяцэ (m_x) се поате топи ку кантитатя де кэлдурэ максимэ, детерминатэ де термений дин партя стынгэ а екуацией (1), дакэ Θ=0.

Екуация биланцулуй термик ын ачест каз се скрие суб форма:

$$m_2L+m_2ct_2=m_x\lambda, \qquad (4)$$

де унде,

$$m_x=8\ \text{кг}.$$

Астфел, ын калориметру авем ун аместек де 9 кг де апэ ши 2 кг де гяцэ ла температура де 0°С. Деч, рэспунсул коректа ва фи Θ=0°С.

5 БАЗЕЛЕ ЕЛЕКТРОДИНАМИЧИЙ

§ 19. Лежя луй Кулон

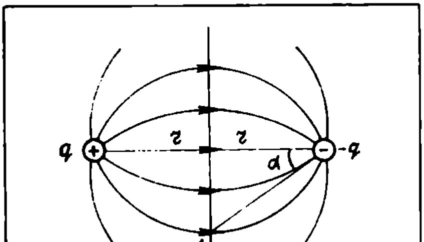
Лежя фундаменталэ а електростатичий есте лежя луй Кулон. Ла формуларя ей требуе сэ цинем конт де фаптул кэ форца есте о мэриме векториалэ ши деачея е инсуфичиент сэ детерминэм нумай валоаря ей нумерикэ. Линия де акциуне а форцелор кулониене тречe прин сарчиниле пунктиформе че интеракционязэ.

Сарчиниле се респинг, дакэ сынт де ачелаш семн ши се атраг, дакэ сынт де семне опусе. Лежя луй Кулон се аппликэ директ ши ла калкуларя форцей де интеракциуне а доуэ корпурь ынкэркате, каре ау форма де сферэ, дакэ сарчиниле лор сынт дистрибуите униформ ын тот волумул сау пе тоатэ супрафаца лор.

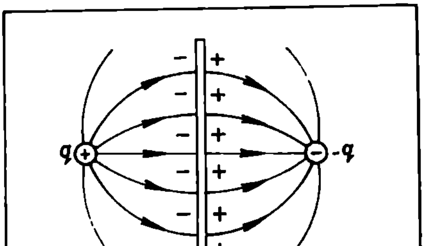
Лежя луй Кулон поате фи апликатэ ши ла студиеря интеракциуний динтре о сарчинэ пунктиформэ ши о плакэ металикэ планэ инфинит маре сау ун семиспациу кондуктор.

Сэ луэм доуэ сарчинь пунктиформе q ши $-q$, ситуате ла дистанца $2r$ уна де алта. Кымпул електростатик (линииле де форцэ) есте репрезентат ын фиг. 5.1.

Планул де симетрие P ынтре ачесте доуэ сарчинь есте планул, ын фиекаре пункт ал кэруя потенциалул кымпулуй, креат



Фиг. 5.1



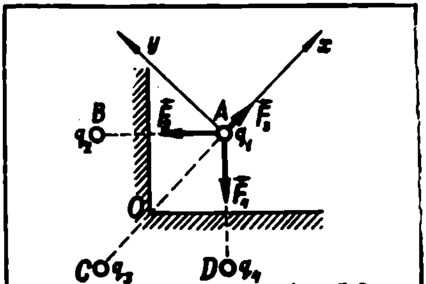
Фиг. 5.2

де сарчиниле q ши $-q$, есте егал ку зеро. Ынтр'адевэр, ынтр'ун пункт арбитрар A дин ачест план потенциалул ва фи:

$$\varphi_A = \frac{q\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r}\right) = 0. \qquad (5.1)$$

Дакэ ынтре ачесте сарчинь вом ынтродуче о плакэ субцире металикэ, каре сэ коинчидэ ку планул P, кымпул електрик ал сарчинилор ну се ва скимба (фиг. 5.2).

Акум путем сэ ынлэтурэм сарчина $-q$ ши кымпул дин партя стынгэ а плэчий ва рэмыне нескимбат. Прин урмаре, кымпул електрик креат де сарчина q ши де ачастэ плакэ (де сарчиниле индусе ын еа) есте идентик ку кымпул електрик креат де сарчиниле q ши $-q$. Де аич результэ, кэ ши форца де интеракциуне динтре сарчина q ши плакэ есте егалэ ку форца де интеракциуне динтре сарчиниле q ши $-q$. Ачеяш ситуаціе авем ши ын казул, кынд ын партя дряптэ а плэчий де метал се афлэ ун семиспациу металик. Ын ачест каз акциуня супрафецей плане а кондукторулуй асупра сарчиний пунктиформе дин екстериорул кондукторулуй есте екивалентэ ку акциуня асупра ачестей сарчинь а уней сарчинь $-q$, каре есте имажиня де оглиндэ а сарчиний q ын планул кондукторулуй.



Фиг. 5.3

◆ **Проблема 5.1.** О сарчинэ пунктиформэ $q_1 = q$ е ситуатэ пе бисектоаря унгюлуй диедру дрепт, формат де доуэ плэчь металиче (фиг. 5.3). Дистанца де ла сарчинэ ла плэчь есте егалэ ку $\frac{a}{2}$. Че форцэ акционязэ асупра ачестей сарчинь дин партя сарчинилор индусе ын плэчь?

Резолваре. Конформ челор спусе май сус, тражем конклузия кэ акциуня сарчинилор индусе ын плэчь поате фи ынлокуитэ ку акциуня сарчинилор пунктиформе $q_2 = -q$, $q_4 = -q$, каре сынт ситуате ла ачеяш дистанцэ де плэчь ка ши сарчина $q_1 = q$. Ынсэ супрафаца металулуй ынтр'ун кымп електростатик есте ынтотдяуна о супрафацэ екипотенциалэ. Ка сэ ну апарэ о диференцэ де потенциал ынтре пунктеле де пе супрафаца унгюлуй диедру, е нечесар сэ ынтродучем ын пунктул C (симетрик ку

пунктул A) о сарчинэ $q_3=q$. Потенциалул кымпулуй, креат де ачесте 4 сарчинь, ын орьче пункт ал супрафецей унгюлуй диедру есте егал ку зеро, чея че се поате верифика прин калкуле. Деч, ну не рэмыне декыт сэ калкулэм резултанта форцелор, ку каре сарчиниле q_2, q_3 ши q_4 акционязэ асупра сарчиний q_1. Пентру модулий ачестор трей форце авем:

$$F_2=F_4=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2},\quad F_3=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot 2a^2}. \qquad (1)$$

Дирекцииле ачестор форце сынт индикате ын фиг. 5.3. Форца резултантэ есте егалэ ку сума лор векториалэ:

$$\vec{F}=\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4. \qquad (2)$$

Проектынд ачастэ екуацие векториалэ пе акселе x ши y (фиг. 5.3), обцинем:

$$F_x=-\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2};\quad F_y=0, \qquad (3)$$

де унде

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=|F_x|=\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}.$$

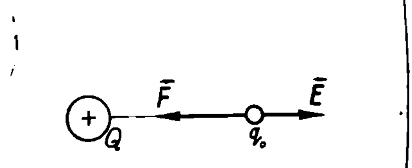
Прин урмаре, асупра сарчиний q_1 акционязэ о форцэ ориентатэ де-а лунгул бисектоарей унгюлуй диедру спре вырфул луй.

§ 20. Интенситатя кымпулуй електрик. Линииле де форцэ але кымпулуй електрик

Ын мануалул де физикэ читим «...куноаштем деспре кымп тотул, че не интересязэ, дакэ вом куноаште форца, че акционязэ асупра уней сарчинь арбитраре ынтр'ун пункт арбитрар ал кымпулуй». Дар тотуш ачастэ форцэ ну поате серви дрепт характеристикэ а кымпулуй електрик, деоарече еа депинде де мэримя сарчиний арбитраре. Прин ачаста се поате експлика нечеситатя ынтродучерий интенситэций кымпулуй електрик, каре ну депинде де мэримя сарчиний де пробэ. Ла резолваря проблемелор реферитоаре ла детерминаря интенситэций кымпулуй електрик требуе сэ авем ын ведере, кэ интенситатя есте о мэриме векториалэ. Ла фел требуе сэ луэм ын консидерацие ши принчипиул суперпозицией кымпурилор.

Линииле де форцэ але кымпулуй електростатик еее дин сар-

чиниле позитиве ши ынтрэ ын челе негативе. Прин урмаре, кымпул електрик акционязэ асупра сарчинилор позитиве ку о форцэ ориентатэ ын дирекция интенситэций луй, адикэ ын дирекция линиилор де форцэ (а танжентелор ла еле, дакэ линииле де форцэ сынт линий курбе), яр асупра сарчинилор негативе — ын дирекцие опусэ. Де аич реесе кэ електроний либерь ши алте сарчинь негативе либере се мишкэ ынтр'ун кымп електрик ымпотрива линиилор де форцэ. Ачест фапт се фолосеште деседорь ын електродинамикэ.



Фиг. 5.4

Е грешитэ пэреря, кэ линииле де форцэ сынт ориентате де ла сарчина позитивэ спре чя негативэ дин кауза, кэ сарчина де пробэ есте позитивэ. Ачелаш резултат се обцине, дакэ сарчина де пробэ q_0 есте негативэ (фиг. 5.4). Сарчина де пробэ негативэ q_0 есте атрасэ де сарчина Q, деч форца $\vec{F}$, каре акционязэ асупра сарчиний, q_0, есте ориентатэ спре сарчина Q.

Дар векторул интенситэций кымпулуй електрик ва фи ориентат ын дирекцие опусэ, деоарече ымпэрциря сау ынмулциря унуй вектор ку о мэриме скаларэ негативэ скимбэ дирекция векторулуй ын опусэ. Аша дар, ын ачест каз де асеменя ам обцинут, кэ линииле де форцэ есе дин сарчиниле позитиве. Ын мод аналог се поате демонстра кэ еле ынтрэ ын челе негативе индепендент де семнул сарчиний де пробэ. Ачаста ынкэ о датэ не демонстрязэ, кэ интенситатя кымпулуй електрик поате фи консидератэ дрепт о характеристикэ а луй.

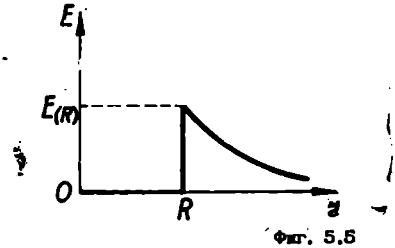
Формула, каре детерминэ интенситатя кымпулуй унеи сарчинь пунктиформе

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \qquad (5.2)$$

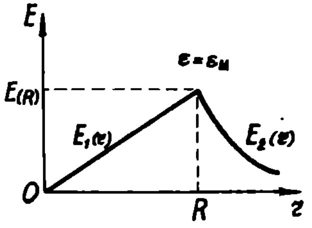
поате фи апликатэ ши ла детерминаря интенситэций кымпулуй електрик ын екстериорул унеи сфере кондуктоаре, дакэ сарчина есте репартизатэ униформ пе супрафаца ачестей сфере. Ын ачастэ формулэ r ва фи дистанца де ла пунктул дат ал спациулуй ла чентрул сферей. Ын интериорул сферей интенситатя кымпулуй ва фи егалэ ку зеро. Графикул депенденцей де r а интенситэций кымпулуй електрик ал сферей кондуктоаре есте репрезентат ын фиг. 5.5.

Аич $E_0 = E(R) = \dfrac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}$ есте интенситатя кымпулуй пе супрафаца сферей. Дакэ сарчина q есте репартизатэ униформ ын тот волумул уней сфере некондуктоаре (денситатя сарчиний ын тот волумул сферей есте константэ), графикул депенденцей кымпулуй електрик де дистанца r пынэ ла чентрул сферей аре о алтэ формэ (фиг. 5.6).

Пентру $r > R$ путем аплика формула (5.2). Пентру пункте-



Фиг. 5.5

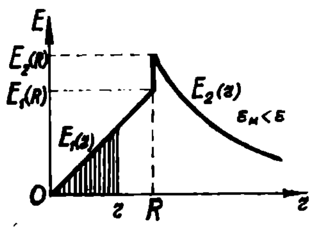


Фиг. 5.6

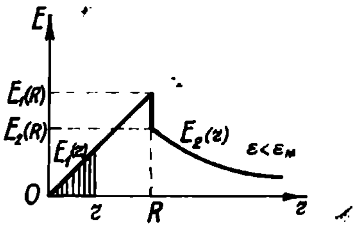
ле, каре се афлэ ла о дистанцэ $r < R$ де ла чентрул сферей, кымпул електрик есте креат де сарчина, че се афлэ ын интериорул сферей ку волумул $\frac{4\pi}{3} r^3$, адикэ де сарчина $q(r) = Q\left(\frac{r}{R}\right)^3$. Прин урмаре:

$$E_1(r) = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^3}. \qquad (5.3)$$

Графикул дин фиг. 5.6 кореспунде казулуй, кынд константеле диелектриче але сферей ши медиулуй, ын каре се афлэ еа,



Фиг. 5.7



Фиг. 5.8

сынт егале амбеле ку ε. Дакэ еле сынт диферите, де екземплу, перметивитатя сферей есте ε, яр а медиулуй есте $\varepsilon_м$, атунч $E_1(r)$ рэмыне фэрэ скимбаре, яр интенситатя $E_2(r)$ ва фи:

$$E_2(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_м r^2}. \quad (5.4)$$

Ын ачест каз $E_1(R) \neq E_2(R)$ (фиг. 5.7 ши 5.8).

Нотэ. Пентру демонстрация формулей 5.3 ам луат ын консидерацие кэ сарчина, ситуатэ ын стратул сферик ку гросимя $R-r$, ну креазэ кымп електрик ын пунктеле ситуате ын интериорул сферей ку раза r. Адикэ интенситатя кымпулуй електрик ын интериорул сферей нехашурате дин фиг. 5.9 есте егалэ ку зеро. Сэ луэм ун пункт арбитрар M (фиг. 5.9) ши сэ демонстрэм, кэ интенситатя кымпулуй електрик ын ачест пункт есте егалэ ку зеро. Сэ калкулэм интенситатя, резултантэ а кымпурилор, креате де доуэ сарчинь q_1 ши q_2, ситуате ын ачелаш унгь солид инфинит мик $\Delta\Omega$ ши ынтр'ун страт ку гросимя инфинит микэ Δh. Деоарече $\Delta\Omega \to 0$ ши $\Delta h \to 0$, ачесте сарчинь пот фи консидерате пунктиформе ши интенситэциле кымпурилор електриче, креате де еле, вор фи:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{\rho\Delta V_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \quad (5.5)$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{\rho\Delta V_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}.$$

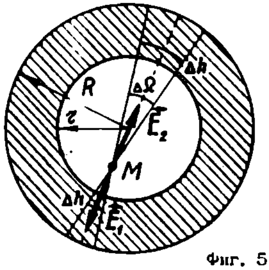
Аич ρ есте денситатя де волум а сарчиний, яр ΔV_1 ши ΔV_2 волумеле, ын каре сынт репартизате сарчиниле q_1 ши q_2:

$$\Delta V_1 = S_1\Delta h, \quad \Delta V_2 = S_2\Delta h, \quad (5.6)$$

унде S_1 ши S_2 сынт арииле, декупате пе супрафаца сферей ку раза r де унгюл солид $\Delta\Omega$:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \quad (5.7)$$

Субституинд (5.6) ын (5.5) ши цинынд конт де (5.7), обцинем $E_1 = E_2$. Прин урмаре, $E = E_1 + E_2 = 0$. Луынд ын ачест унгь алте стратурь елементаре, обцинем ши пентру еле интенситатя нулэ. Ын мод аналог путем прочеда пентру орьче унгь солид инфинит мик. Деоарече пунктул M есте арбитрар, тражем конклузия, кэ ын орьче пункт дин интериорул сферей ку раза r ну екзистэ кымп електрик.



Фиг. 5.9

Проблемеле реферитоаре ла детерминаря интенситэций кымпулуй електрик ал унуй систем де сарчинь пот фи де 2 типурь:

I. Системул де сарчинь репрезинтэ ун нумэр финит де сарчинь пунктиформе. Интенситатя кымпулуй ын орьче пункт ал спациулуй есте егалэ ку сума векториалэ а интенситэцилор кымпурилор тутурор сарчинилор (принчипиул суперпозицией кымпурилор):

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots+\vec{E}_n. \qquad (5.8)$$

Проектынд екуация (5.8) пе акселе де координате, авем:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{1x}+E_{2x}+\ldots+E_{nx},\\ E_y &= E_{1y}+E_{2y}+\ldots+E_{ny},\\ E_z &= E_{1z}+E_{2z}+\ldots+E_{nz},\\ E &= \sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2}. \end{aligned} \qquad (5.9)$$

Ын проблемеле пентру школа медие сарчиниле сынт ситуате де обичей ын ачелаш план. Дукынд ын ачест план акселе x ши y, обцинем:

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}. \qquad (5.9a)$$

II. Сарчина есте дистрибуитэ униформ пе супрафаца унор корпурь кондуктоаре сау ын интериорул корпурилор некондуктоаре.

◆ **Проблема 5.2.** Ын трей вырфурь але унуй ромб ку латура a ши унгюл аскуцит де 60° сынт ситуате трей сарчинь $q_1=q_2=-q$ ши $q_3=q$ (фиг. 5.10). Сэ се афле интенситатя кымпулуй електрик ын вырфул ал патруля ал ромбулуй.

Резолваре. Ачаста е о проблемэ де типул I. Конформ формулей (5.8), авем:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3, \qquad (1)$$

унде $E_1=E_3=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$, $E_2=\dfrac{q}{12\pi\varepsilon_0 a^2}$. (2)

Проектынд екуация (1) пе акселе x ши y, авем:

$$E_x=E_2+E_1\cos 30°-E_3\cos 30°=E_2, \qquad (3)$$

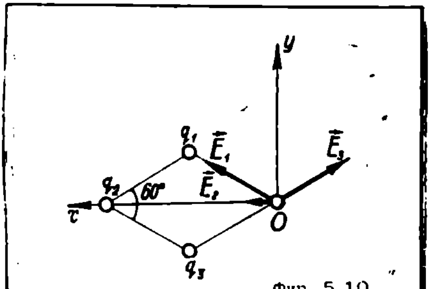
$$E_y=E_2\cos 60°+E_3\cos 60°=E_1, \qquad (4)$$

де унде

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}=\frac{\sqrt{10}}{14\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2}. \quad (4)$$

Пентру а афла дирекция интенситэций $\vec{E}$ калкулэм $\cos\alpha$ (унде α есте унгюл динтре векторул $\vec{E}$ ши акса x):

$$\cos\alpha=\frac{E_x}{E}=\frac{1}{\sqrt{10}};\quad \alpha=\arccos\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

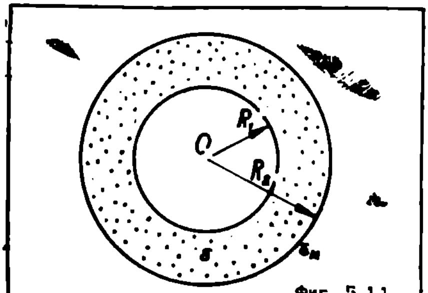


Фиг. 5.10

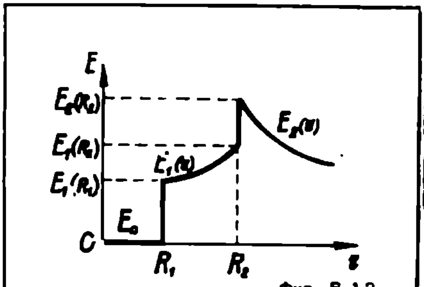
◆ **Проблема 5.3.** О сферэ металикэ де разэ R_1, ынкэркатэ ку о сарчинэ q, есте акоперитэ ку ун ынвелиш де субстанцэ некондуктоаре, раза екстериоарэ а кэруя есте егалэ ку R_2. Константа диелектрикэ а ачестей субстанце есте ε (фиг. 5.11). Сэ се детермине интенситатя кымпулуй електрик ка функцие де дистанца r пынэ ла чентрул сферей, дакэ ынвелишул есте ынкэркат униформ (денситатя де волум а сарчиний ρ есте константэ), яр перметивитатя медиулуй, ын каре е ситуатэ била ымпреунэ ку ынвелишул, есте май микэ декыт перметивитатя ынвелишулуй некондуктор.

Сэ се конструяскэ графикул функцией $E(r)$.

Резолваре. Ачаста е о проблемэ де типул II. Дин челе менционате май сус реесе, кэ пентру $r<R_1$ интенситатя кымпулуй есте егалэ ку зеро ($E_0=0$) (фиг. 5.12).



Фиг. 5.11



Фиг. 5.12

Ын интериорул ынвелишулуй ($R_1<r<R_2$) авем:

$$E_1=\frac{Q(r)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},\qquad (1)$$

унде $Q(r)=q+\frac{4\pi}{3}(r^3-R_1^3)\rho$ есте сарчина електрикэ дин интериорул сферей ку раза r.

Аша дар,

$$E_1(r)=\frac{q+\frac{4\pi}{3}(r^3-R_1^3)\rho}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.\qquad (2)$$

Графикул функцией $E_1(r)$ есте репрезентат ын фиг. 5.12. Пентру $r>R_2$ интенситатя кымпулуй поате фи калкулатэ ка интенситатя уней сарчинь пунктиформе

$$Q=q+\frac{4\pi}{3}(R_2^3-R_1^3)\rho,$$

ситуате ынтр'ун медиу ку константа диелектрикэ $\varepsilon_м$:

$$E_2(r)=\frac{q+\frac{4\pi}{3}(R_2^3-R_1^3)\rho}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_м r^2}.\qquad (3)$$

Компарынд формулеле (2) ши (3), тражем конклузия кэ $E_2(R_2)>E_1(R_2)$, деоарече $\varepsilon_м<\varepsilon$, адикэ функция $E(r)$ ын пунктеле $r=R_2$ (пе супрафаца екстериоарэ а ынвелишулуй некондуктор) суферэ ун салт $\Delta E=E_2(R_2)-E_1(R_2)$ (фиг. 5.12).

Нотэ. Пентру а конструи екзакт графикул дин фиг. 5.12 е нечесар сэ куноаштем валориле конкрете але мэримилор q, ρ, R_1 ши R_2. Ын фиг. 5.12 $E_1(R_1)<E_1(R_2)$, ынсэ ну е екслусэ посибилитатя ка $E_1(R_1)>E_1(R_2)$. Дар ын амбеле казурь $E_1(R_2)<E_2(R_2)$, деоарече $\varepsilon_м<\varepsilon$.

§ 21. Лукрул ефектуат ла депласаря уней сарчинь ынтр'ун кымп електрик. Потенциалул

Лукрул ефектуат ла депласаря уней сарчинь q ын кымпул електрик поате фи калкулат дупэ формула

$$A=F\cdot s\cos\alpha=Eq\,s\cos\alpha\qquad (5.10)$$

нумай ын казул кымпулуй оможен, кынд интенситатя кымпулуй

$\vec{E}$ ши, прин урмаре, форца $\vec{F}$ есте о мэриме константэ ка модул ши дирекцие. Ын каз женерал фолосим формула:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{5.11}$$

унде φ_1 ши φ_2 сынт потенциалеле ын позицииле инициалэ ши튜 финалэ.

Ын мулте проблеме де електростатикэ е ворба де редистрибуиря сарчинилор пе доуэ корпурь кондуктоаре, каре ау фост уните ынтре еле принтр'ун кондуктор субцире. Трецеря сарчинилор де пе ун корп пе алтул ва ынчета атунч, кынд вор диспэря форцеле, че акционязэ асупра лор, адикэ атунч, кынд се вор егала потенциалеле ачестор корпурь:

$$\varphi_1 = \varphi_2, \tag{5.12}$$

деоарече ын ачест каз $\Delta\varphi = 0$ ши, прин урмаре, $E = 0$, $F = q \cdot E = 0$, адикэ форцеле, че акционязэ асупра сарчинилор електриче, сынт егале ку зеро.

Апликынд лежя консервэрий сарчиний електриче, обцинем екуация а доуа пентру детерминаря мэримилор сарчинилор де пе амбеле корпурь:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'. \tag{5.13}$$

Ла ачастэ темэ ну требуе сэ конфундэм *вариация потенциалулуй* ши *диференца де потенциал* сау *тенсиуня*. Вариация потенциалулуй $\Delta\varphi$ репрезинтэ диференца динтре валориле потенциалулуй ын позицииле финалэ ши инициалэ:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \tag{5.14}$$

Диференца де потенциал сау тенсиуня есте егалэ ку диференца динтре валориле потенциалулуй ын позицииле инициалэ ши финалэ:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{5.15}$$

Вариация потенциалулуй се фолосеште десеорь ын електростатикэ пентру детерминаря потенциалулуй кынд куноаштем интенситатя кымпулуй ка функцие де коордонате.

Пентру ун кымп оможен вариация потенциалулуй ши интенситатя каре есте о мэриме константэ се афлэ ын урмэтоаря релацие:

$$\Delta\varphi = -E dx, \tag{5.16}$$

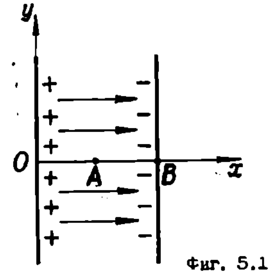
унде акса x есте ориентатэ де-а лунгул линиилор де форцэ.

Ын казул кымпулуй неоможен ын формула (5.16) путем фолоси интеграла:

$$\varphi = -\int E(x)dx_n + C. \tag{5.17}$$

Ын казул унуй кымп оможен потенциалул депинде де x дупэ формула:

$$\varphi(x) = -Ex + C. \tag{5.18}$$



Фиг. 5.13

Дрепт екземплу сэ луэм кымпул дин интериорул кондесаторулуй план (фиг. 5.13).

Константа C ши, прин урмаре, потенциалул $\varphi(x)$ депинде де алежеря нивелулуй нул ал потенциалулуй.

Дакэ вом алеже потенциалул нул ын пунктул B ($|OB| = d$), адикэ пе плака дин дряпта, атунч пентру а детермина константа C, пунем ын (5.18) $x=d$ ши $\varphi=0$:

$$0 = -Ed + C,$$

де унде $C = Ed$.

Ынлокуинд C ын (5.18), обцинем:

$$\varphi(x) = E(d - x). \tag{5.19}$$

Дакэ вом алеже потенциалул нул пе планул, каре рече прин пунктул $A\left(|OA| = \frac{d}{2}\right)$ паралел ку плэчиле, атунч, ынлокуинд ын (5.18) $x = \frac{d}{2}$, $\varphi=0$, обцинем $C = \frac{Ed}{2}$. Ын ачест каз потенциалул ка функцие де x ва фи:

$$\varphi(x) = E\left(\frac{d}{2} - x\right). \tag{5.20}$$

Астфел потенциалул депинде де алежеря потенциалулуй нул, яр диференца де потенциал сау тенсиуня ну депинде.

Ынтр'адевэр, алежеря потенциалулуй нул детерминэ константа C, яр ла формаря диференцей $\varphi_1 - \varphi_2$, ачастэ константэ се редуче, деоарече есте ачеяш пентру φ_1 ши φ_2. Де екземплу, диференца де потенциал динтре плэчиле конденса-

торулуй капэтэ ачеяш валоаре, дакэ фолосим формула пентру потенциал (19) сау (20). Ын примул каз

$$U=\varphi_O-\varphi_B=E(d-0)-E(d-d)=Ed, \qquad (5.21)$$

яр ын ал дойля каз

$$U=\varphi_O-\varphi_B=E\left(\frac{d}{2}-0\right)-E\left(\frac{d}{2}-d\right)=Ed. \qquad (5.21a)$$

Интенситатя кымпулуй електрик ал уней сарчинь пунктиформе се детерминэ дупэ формула (5.2):

$$E(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\, r^2},$$

унде $E(r)$ репрезинтэ проекция интенситэций кымпулуй пе акса, орижиня кэрея коинчиде ку сарчина q. Пентру а калкула потенциалул кымпулуй ачестей сарчинь путем фолоси формула (5.17), ынлокуинд x прин r:

$$\varphi(r)=-\int E(r)dr+C, \qquad (5.22)$$

де унде

$$\varphi(r)=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int\frac{1}{r^2}dr+C. \qquad (5.23)$$

Калкулынд интеграла, обцинем:

$$\varphi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}+C. \qquad (5.24)$$

Консидерынд нивелул нул ал потенциалулуй ла инфинит, пунем ын (5.24) $\varphi=0$ ши $r=R$, унде R есте о мэриме инфинит маре, адикэ $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}=0$. Астфел авем $C=0$ ши формула (5.24) поате фи скрисэ суб форма:

$$\varphi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \qquad (5.25)$$

Графикул потенциалулуй уней сарчинь позитиве (5.25) ка функцие де дистанца r есте репрезентат ын фиг. 5.14.

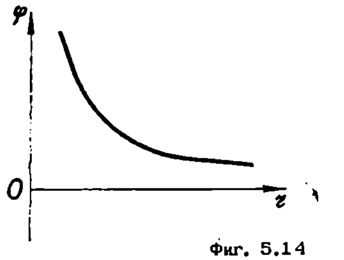
Ка ши ын казул интенситэций екзистэ 2 типурь де проблеме реферитоаре ла детерминаря потенциалулуй.

I. Потенциалул унуй кымп, креат де ун нумэр финит де сарчинь пунктиформе, се калкулязэ ка сума алжебрикэ а потенциалулуй кымпурилор, креате де фиекаре сарчинэ ын парте:

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\ldots+\varphi_n. \qquad (5.26)$$

II. Сарчиниле електриче сынт репартизате униформ пе супрафаца корпурилор кондуктоаре сау ын интериорул корпурилор некондуктоаре.

Потенциалул уней сфере кондуктоаре де разэ R, ынкэркатэ ку сарчина репартизатэ униформ пе супрафаца ей, есте детерминат пентру $r>R$ де формула потенциалулуй уней сарчинь пунктиформе (5.24). Ын интериорул сферей интенситатя кымпулуй електрик есте егалэ ку зеро ши, прин урмаре, потенциалул есте констант ши егал ку потенциалул де пе супрафаца сферей:



Фиг. 5.14

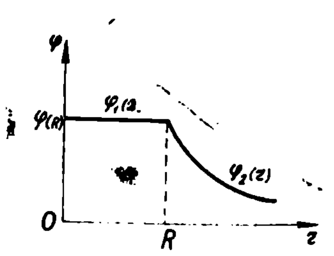
$$\varphi=\varphi(R)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}+C. \quad (5.27)$$

Алегынд нивелул нул ал потенциалулуй ла инфинит ($C=0$), пентру потенциалул дин интериорул ши де пе супрафаца сферей авем

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}. \quad (5.27a)$$

Потенциалул требуе сэ фие о функцие фэрэ салтурь. Ын каз контрар интенситатя кымпулуй електрик ва фи ын ачест пункт инфинит маре. Ынтр'адевэр, дакэ вом пресупуне кэ $\varphi(r)$ суферэ ун салт, адикэ $\Delta r=0$, яр $\Delta\varphi\neq 0$, атунч $E=-\frac{\Delta\varphi}{\Delta r}\to\infty$. Дин ачастэ каузэ функцииле $\varphi_1(r)$ ши $\varphi_2(r)$ (фиг. 5.15) требуе сэ фие егале пе супрафаца сферей ($\varphi_1(R)=\varphi_2(R)=\varphi(R)$).

Потенциалул уней сфере некондуктоаре, ын интериорул кэрея есте репартизатэ униформ сарчина Q, поате фи калкулат, фолосинд формулеле пентру интенситате (5.3) ши (5.4). Пентру $r<R$ потенциалул $\varphi_1(r)$ ва фи егал ку ария триунгюлуй хашурат дин фиг. 5.7:



Фиг. 5.15

$$\varphi_1(r)=-\frac{0+E(r)}{2}\cdot r+C_1.$$

Ынлокуинд ын ачастэ формулэ $E(r)$ прин валоаря са дин (5.3), обцинем:

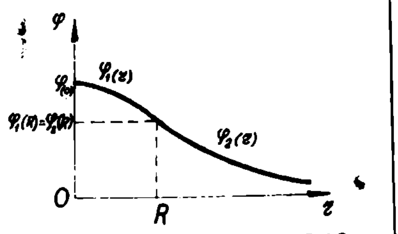
$$\varphi_1(r)=-\frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon R^3}+C_1. \quad (5.28)$$

Семнул минус ын ачастэ формулэ аре ачеяш орижине, ка ши ын (5.16) ши (5.17), яр константа C_1 депинде де алежеря нивелулуй нул ал потенциалулуй. Пентру $r>R$ фолосим формула потенциалулуй унеи сарчинь пунктиформе:

$$\varphi_2(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_м r}+C_2, \tag{5.29}$$

унде $\varepsilon_м$ есте константа диелектрикэ а медиулуй, ын каре се афлэ сфера. Консидерынд нивелул нул ал потенциалулуй ла инфинит, афлэм кэ $C_2=0$ ши

$$\varphi_2(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_м r}. \tag{5.30}$$



Фиг. 5.16

Деоарече потенциалул есте о функцие фэрэ салтурь, функцииле $\varphi_1(r)$ ши $\varphi_2(r)$ (фиг. 5.16) требуе сэ фие егале пе супрафаца сферей ($\varphi_1(R)=\varphi_2(R)$):

$$-\frac{QR^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon R^3}+C_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_м R}, \tag{5.31}$$

де унде

$$C_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{1}{2\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon_м}\right). \tag{5.32}$$

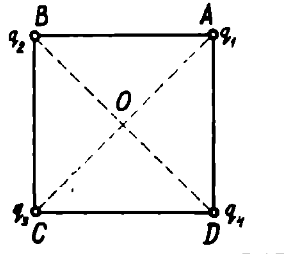
Субституинд (5.32) ын (5.28), авем:

$$\varphi_1(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{1}{2\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon_м}\right)-\frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon R^3}. \tag{5.33}$$

Графикул депенденцей φ де r есте репрезентат ын фиг. 5.16.

Дакэ алежем нивелул нул ал потенциалулуй ын чентрул сферей, дин (5.28) обцинем $C_1=0$, яр дин кондиция $\varphi_1(R)=\varphi_2(R)$ авем:

$$C_2=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{1}{2\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon_м}\right).$$



Фиг. 5.17

Ын ачест каз графикул потенциалулуй дин фиг. 5.16 се ва деплаcа ын жос ку $|C_2|=C_1$.

◆ **Проблема 5.4.** Ын вырфуриле унуй патрат ку латура a сынт ситуате 4 сарчинь ($q_1=q_3=q$, $q_2=q_4=-q$) (фиг. 5.17).

Че лукру требуе сэ ефектуэм пентру а депласа о сарчинэ (q_1) пынэ ла инфинит, дакэ челелалте 3 сарчинь рэмын немишкате.

Резолваре. Лукрул, ефектуат де кымпул електрик ал сарчинилор q_2, q_3 ши q_4 ла депласаря сарчиний q_1 дин пунктул A пынэ ла инфинит се детерминэ дупэ формула

$$A_{A\infty}=q(\varphi_A-\varphi_\infty)=q\varphi_A, \qquad (1)$$

деоарече ла инфинит потенциалул е нул ($\varphi_\infty=0$).

Лукрул A_1, ефектуат де форцеле екстериоаре пентру а депласа ачастэ сарчинэ пынэ ла инфинит, ва фи егал ку $-A_{A\infty}$.

$$A_1=-q\varphi_A. \qquad (2)$$

Конформ формулелор (5.26) ши (5.25) авем:

$$\varphi_A=\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_3}+\frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_4}, \qquad (3)$$

унде $r_2=r_4=a$, $r_3=\sqrt{2}a$, $\varepsilon=1$.

Пунынд ачесте валорь ын (3), афлэм:

$$\varphi_A=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-2\right). \qquad (4)$$

Ынлокуинд (4) ын (2), обцинем:

$$A_1=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right). \qquad (5)$$

Акум сэ ревеним ла проблема 5.1. Сарчина q_1 ымпреунэ ку сарчиниле фиктиве q_2, q_3 ши q_4 формязэ ун систем дин 4 сарчинь пунктиформе (фиг. 5.3), асемэнэтор ку чел дин фиг. 5.17. Ын амбеле казурь авем 4 сарчинь, каре се афлэ ын вырфуриле унуй патрат ку латура a. Ын амбеле казурь сарчиниле коинчид ка валоаре абсолутэ ши ка семн. Сэ калкулэм лукрул A нечесар пентру а депласа сарчина q_1 дин проблема 5.1 де-а лунгул бисектоарей пынэ ла инфинит. Ла прима ведере ар требуи сэ егалэм лукрул A ку A_1. Деши ачест резултат (A_1) паре а фи корект ши пентру казул ал дойля (фиг. 5.3), сэ калкулэм тотуш лукрул A прин алтэ методэ. Форца, каре требуе сэ ак-

ционезе асупра сарчиний q_1 пентру а о деплаcа де-а лунгул бисектоарей дин пунктул A ла инфинит, есте ориентатэ ын дирекция позитивэ а аксей x ши депинде де дистанца l де ла пунктул O, конформ формулей

$$F = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 l^2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right). \tag{6}$$

Пентру а калкула лукрул A вом фолоси интеграла

$$A = \int_{l_0}^{\infty} F(l)dl = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)\int_{l_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2}, \tag{7}$$

унде $l_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

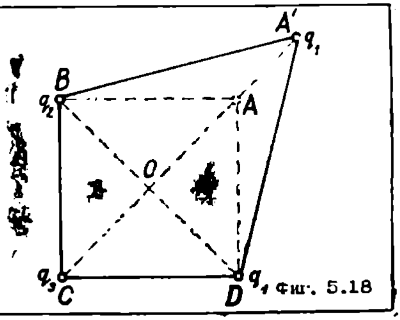
Калкулынд интеграла, обцинем:

$$A = \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right). \tag{8}$$

Астфел, лукрул A есте де 2 орь май мик декыт лукрул A_1. Прин верификаре стабилим, кэ резултателе (5) ши (8) сынт коректе, адикэ ла калкуларя лор н'ау фост комисе грешель. Дар де че еле ну коинчид?

Поате кэ екзистэ, тотуш, о анумитэ деосебире ынтре сарчиниле дин фигуриле 5.3 ши 5.17. Ла мишкаря сарчиний q_1 дин проблема 5.4, челе патру сарчинь ну се май афлэ де акум ын вырфуриле унуй патрат. Адмитем, кэ сарчина q_1 с'а депласат дин пунктул A ын A' (фиг. 5.18). Патрулатерул $A'BCD$ ну репрезинтэ де акум ун патрат. Ын проблема 5.1 ла деплася сарчиний q_1 де-а лунгул бисектоарей OA, челелалте трей сарчинь се деплаcязэ ши рэмын пе вырфуриле унуй патрат, латура кэруя тинде спре инфинит, кынд сарчина q_1 се мишкэ ла инфинит. Дар сэ консидерэм, кэ ши ын проблема 5.4 тоате сарчиниле се мишкэ ла инфинит де-а лунгул диагоналелор. Е клар, кэ лукрул ну депинде де форма траекторией мишкэрий сарчинилор, дар ной ынтродучем ачастэ кондиции ка амбеле казурь сэ фие асемэнэтоаре. Сэ калкулэм лукрул тотал $A_т$, пе каре требуе сэ-л ефектуезе форцеле екстериоаре пентру а деплаcа тоате сарчиниле (фиг. 5.17) ла инфинит:

$$A_т = A_1 + A_2 + A_3, \tag{9}$$



Фиг. 5.18

унде A_1 есте лукрул нечесар пентру а депласа сарчина q_1 дин пунктул A ла инфинит ын кымпул електростатик, креат де сарчиниле q_2, q_3 ши q_4. Ачест лукру а фост де акум калкулат (формула 5). A_2 есте лукрул, ефектуат де форцеле екстериоаре пентру а депласа сарчина q_3 дин пунктул C ла инфинит ын кымпул креат де сарчиниле q_2 ши q_4:

$$A_2 = -q(\varphi_C - 0) = -q\left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right) = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}. \quad (10)$$

Ши, ын сфыршит, A_3 есте лукрул нечесар пентру а ындепэрта сарчиниле q_2 ши q_4 дин позицииле лор инициале (B ши D) ла инфинит:

$$A_3 = -(-q)\left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}a} - 0\right) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}a}. \quad (11)$$

Субституинд (5), (10) ши (11) ын (9), обцинем:

$$A_т = 2 \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right). \quad (12)$$

Компарынд валориле лукрулуй $A_т$ ши а лукрулуй A, авем:

$$A_т = 4A. \quad (13)$$

Ынсэ ной не аштептам ка ачесте валорь але лукрулуй сэ фие егале!

Путем калкула лукрул $A_т$ прин алтэ методэ (пентру верификаре). Пресупунем, кэ тоате сарчиниле се мишкэ симултан де-а лунгул диагоналелор патратулуй ла инфинит. Апой стабилим депенденца форцелор де дистанца пынэ ла позицииле инициале ши интегрэм. Е клар, кэ обцинем ачелаш резултат. Дар де че, тотуш, ну коинчид A ши $A_т$? Каре е деосебиря ын ачест каз динтре системул де сарчинь дин фиг. 5.3 ши 5.17? Анч ам скэпат дин ведере ун лукру дестул де импортант: сарчиниле q_2, q_3 ши q_4 дин проблема 5.1 ну сынт реале ши ла депласаря лор ну се ефектуязэ нич ун лукру. Прин урмаре, лукрул пентру депласаря сарчиний q_1 дин проблема 5.1 требуе сэ фие де 4 орь май мик декыт $A_т$ дин проблема 5.4. Аша дар, формула (13) ну нумай кэ ну концине чева контрадикториу, чи, дин контра, конфирмэ конклузия ноастрэ: ла депласаря сарчинилор фиктиве ну се ефектуязэ лукру.

Нотэ. Анч поате апэря урмэтоаря ынтребаре.

Де че н'ам луат ын консидерацие ын формула (8) лукрул, ефектуат ла депласаря сарчинилор индусе ын метал, каре, спре деосебире де сарчиниле q_2, q_3 ши q_4, сынт реале? Пентру а рэспунде ла ачастэ ынтребаре

сэ не реаминтим. кэ сарчиниле индусе се мишкэ пе о супрафацэ екипотенциалэ (супрафаца металулуй) ши, прин урмаре, лукрул ефектуат ла деплasаря лор есте егал ку зеро.

$A_т$ репрезинтэ лукрул, пе каре требуе сэ-л ефектуезе форцеле екстериоаре ка сэ ындепэртезе сарчиниле дин позиция лор инициалэ (фиг. 5.17) ла инфинит. Луат ку семнул минус, $A_т$ репрезинтэ лукрул, нечесар пентру а пласа ын пунктеле A, B, C ши D челе патру сарчинь, каре ла ынчепут се афлау ла инфинит. Прин дефиниције, лукрул $A_т$, луат ку семнул минус, есте егал ку енержия потенциалэ а ачестуй систем де сарчинь:

$$\Pi = -A_т = -\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right). \quad (14)$$

Ын мулте кэрць путем чити, кэ енержия електростатикэ поате фи консидератэ фие ка енержия кымпулуй електрик, фие ка енержия де интеракциуне а сарчинилор електриче.

Енержия кымпулуй електрик есте ынтотдяуна позитивэ, деоарече денситатя енержией луй $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ ну поате луа валорь негативе, яр енержия потенциалэ де интеракциуне а сарчинилор, че креазэ ачест кымп, поате фи ши негативэ. Дрепт о конфирмаре а челор спусе поате серви формула (14). Де аич резултэ кэ ачесте доуэ енержий ну пот фи идентификате. Ынтр'адевэр, енержия де интеракциуне динтре сарчинь репрезинтэ нумай о парте дин енержия електростатикэ тоталэ. Дакэ вом нота ачастэ енержие ку W, атунч

$$W = \Pi + NE_0, \quad (5.34)$$

унде Π есте енержия де интеракциуне а сарчинилор елементаре, N — нумэрул лор, яр E_0 — енержия проприе а унеи сарчинь елементаре. Дакэ авем о сарчинэ елементарэ изолатэ, енержия Π есте егалэ ку зеро, дар ачастэ сарчинэ формязэ кымп електрик ши, прин урмаре, енержия E_0 есте диферитэ де зеро. Енержия E_0 ну поате фи калкулатэ ын електродинамика класикэ. Дар ачастэ енержие ши, прин урмаре, NE_0 рэмыне константэ ши вариация енержией тотале ΔW есте егалэ ку вариация енержией де интеракциуне. $\Delta\Pi$. Се штие, кэ сенс физик аре ануме вариация енержией потенциале ши ну ынсэшь енержия потенциалэ. Токмай ын ачест сенс требуе сэ ынцележем екиваленца динтре енержия де интеракциуне а сарчинилор ши енержия кымпулуй електрик.

Сэ ревеним акум ла проблема 5.4 ши сэ нотэм ку φ_1, φ_2,

φ_3 ши φ_4 потенциалеле ын пунктеле A, B, C ши D пентру системул де сарчинь дин фиг. 5.17. Ла калкуларя ачестор потенциале се яу ын консидераție тоате сарчиниле дин систем, ын афарэ де сарчина, каре е ситуатэ ын пунктул кореспунзэтор, де екземплу:

$$\varphi_2=\varphi^{(1)}+\varphi^{(3)}+\varphi^{(4)}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}a}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Апой формэм урмэтоаря сумэ:

$$\sum_{i=1}^{4}\varphi_i q_i=\varphi_1 q_1+\varphi_2 q_2+\varphi_3 q_3+\varphi_4 q_4=-\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 a}.$$

Компарынд валоаря ачестей суме ку (14), обцинем:

$$\Pi=\frac{1}{2}\sum\varphi_i q_i. \tag{5.35}$$

Дакэ авем ун систем де корпурь ынкэркате, формула (5.35) детерминэ сума енерӂиилор де интеракциуне а ачестор корпурь ынкэркате ши а енерӂиилор проприй але корпурилор. Прин енерӂие интериоарэ а унуй корп вом ынцележе енерӂия де интеракциуне а сарчинилор де пе ачест корп. Кынд ворбим де енерӂия унуй кондесатор, требуе сэ ынцележем ануме ын ачест сенс енерӂия луй, адикэ енерӂия калкулатэ дупэ формула (5.34), унде $N=2$, E_0 есте енерӂия интериоарэ а уней плэчь, яр Π — енерӂия де интеракциуне а плэчилор. Нич де кум ну путем идентифика енерӂия кондесаторулуй ку енерӂия де интеракциуне а плэчилор (Π), деоарече конформ формулей (5.34) пентру ачаста е нечесар ка $E_0=0$. Ынсэ енерӂия интериоарэ а уней плэчь есте зеро нумай ын казул, кынд еа ну есте ынкэркатэ. Дар ын ачест каз н'аре сенс сэ ворбим деспре енерӂия кондесаторулуй.

§ 22. Кондесатоаре

Прима кондиције, пе каре требуе с'о сатисфакэ корпуриле че формязэ ун кондесатор, есте ка еле сэ айбэ о астфел де ӂеометрие, ынкыт тот кымпул формат де сарчиниле де пе еле сэ фие ситуат ын спациул динтре ачесте корпурь. Чел май бине сатисфаче ачастэ кондиције кондесаторул сферик (фиг. 5.19).

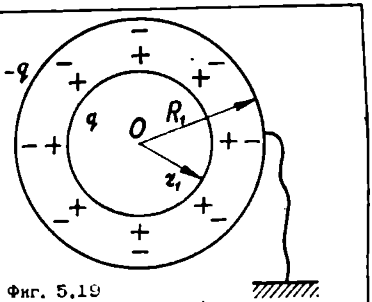
Дакэ сфера интериоарэ де разэ r_1 се ынкаркэ ку сарчина q, пе партя интериоарэ а сферей екстериоаре, каре се лягэ ку

Пэмынтул, вор апэря сарчинь негативе $(-q)$. Алегынд нивелул нул ал потенциалулуй пе супрафаца Пэмынтулуй, путем афла потенциалул ын спациул динтре сфере. Пентру $r_1 \leqslant r \leqslant R_1$, путем скрие:

$$\varphi_1(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_1. \qquad (5.36)$$

Потенциалул сферей екстериоаре есте егал ку зеро, деоарече еа есте легатэ ку Пэмынтул. Пунынд ын (5.36) $\varphi=0$ ши $r=R_1$, гэсим:

$$C_1 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}.$$



Фиг. 5.19

Ынлокуинд C_1 ын (5.36), обцинем:

$$\varphi_1(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right). \qquad (5.37)$$

Пентру $r > R_1$ потенциалул поате фи калкулат ка ши потенциалул уней сарчинь пунктиформе, каре есте егалэ ку сума сарчинилор амбелор сфере ши е ситуатэ ын чентрул лор:

$$\varphi_2(r) = \frac{q-q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0.$$

Интенситатя кымпулуй ын спациул динтре сфере се детерминэ дупэ формула

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Дакэ вом нота $r = r_1 + x$, атунч

$$E(x) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r_1+x)^2}, \qquad (5.38)$$

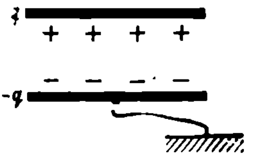
унде $0 < x < d$, яр d есте дистанца динтре супрафецеле сфериче $(d = R_1 - r_1)$.

Прин урмаре, ын кондeнсаторул сферик интенситатя кымпулуй ну есте константэ ши кымпул електрик ну е оможен. Пентру $d \ll r_1$ ын формула (5.38) путем неглижа x ын рапорт ку r_1 ши

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \text{const}. \qquad (5.39)$$

Астфел пентру конденсаторул сферик, ла каре дистанца динтре сфере есте де мулте орь май микэ декыт разеле лор, кымпул електрик поате фи консидерат оможен (пе о порциуне дин супрафаца плэчилор).

Дин формулеле (5.37) ши (5.38) се веде кэ атыт потенциалул, кыт ши интенситатя кымпулуй електрик ын конденсатор депинде де сарчина конденсаторулуй. Ла ынкэркаря конденсаторулуй пе пэрциле интериоаре але арматурилор луй апар сарчинь егале ка модул ши опусе ка семн. *Се нумеште сарчинэ а конденсаторулуй валоаря абсолутэ а сарчиний, ситуате пе партя интериоарэ а унея динтре плэчь. Ну требуе сэ конфундэм сарчина конденсаторулуй ку сарчина луй тоталэ.* Дакэ де сфера екстериоарэ а конденсаторулуй сферик (фиг. 5.19) вом апропия корпурь ынкэркате, пе еа се вор индуче сарчинь електриче, дар кымпул дин интериорул ей ну се ва скимба. Сарчина дин интериорул ей ва рэмыне тот тимпул егалэ ку — q, яр сарчина тоталэ а сферелор се ва скимба.



Фиг. 5.20

Конденсаторул план репрезинтэ доуэ плэчь металиче паралеле ку ария S ши дистанца динтре еле d. Пентру а ынкэрка конденсаторул план, се поате прочеда ка ши ын казул конденсаторулуй сферик. О плакэ о легэм ку Пэмынтул, яр алтея ый комуникэм о сарчинэ оарекаре q. Атунч ын урма индукцией електростатиче пе плака легатэ ку Пэмынтул апаре сарчина — q (фиг. 5.20).

Пентру а калкула потенциалул ын спациул динтре плэчиле конденсаторулуй план путем фолоси формула 5.37. Пентру ачаста требуе сэ консидерэм $d=R_1-r_1 \ll r_1$. Тэинд дин ачест конденсатор о порциуне ку ария S, обцинем ун конденсатор план (дакэ $r_1 \to \infty$, $R_1 \to \infty$) ку ария S ши дистанца динтре плэчь d. Цинынд конт де егалитатя $r_1=r_1+x$, формула (5.37) поате фи скрисэ суб форма:

$$\varphi(x)=\frac{q(d-x)}{4\pi\varepsilon_0(r_1+x)R_1}. \tag{5.40}$$

Апликынд формула (5.39) ши луынд ын консидерацие, кэ $(r_1+x)R_1=(r_1+x)\,(r_1+d)\approx r_1^2$, дин (5.40) авем: $\varphi(x)=E(d-x)$.

Астфел ам обцинут формула (5.19), деоарече ын амбеле казурь нивелул нул ал потенциалулуй а фост алес пе плака негативэ.

Уна дин характеристичиле принчипале але конденсаторулуй есте капачитатя луй. *Се нумеште капачитате а конденсаторулуй мэримя физикэ, егалэ нумерик ку рапортул динтре сарчина луй ши валоаря абсолутэ а диференцей де потенциал динтре плэчиле конденсаторулуй:*

$$C = \frac{|q|}{|\varphi_1 - \varphi_2|} = \frac{q}{|U|}. \tag{5.41}$$

Дакэ се аре ын ведере сарчина де пе плака ынкэркатэ позитив,

$$C = \frac{q}{|U|}. \tag{5.41a}$$

Пентру конденсаторул сферик авем

$$\varphi_1 = \varphi(r_1) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_1}\right), \tag{5.42}$$

де унде $\varphi_2 = \varphi(R_1) = 0$,

$$|U| = |\varphi_1 - \varphi_2| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_1}\right). \tag{5.43}$$

Субституинд (5.43) ын (5.41a), обцинем:

$$C = \frac{4\pi r_1(r_1+d)\varepsilon_0}{d}. \tag{5.44}$$

Дакэ $r_1 \to \infty$, ла нумэрэтор путем неглижа d ын компарацие ку r_1 ши формула (5.44) поате фи скрисэ суб форма

$$C = \frac{S_0\varepsilon_0}{d}, \tag{5.45}$$

унде $S_0 = 4\pi r_1^2$ есте ария супрафецей сферице.

Тэинд дин ачест конденсатор ($r_1 \to \infty$) о порциуне ку ария унейт плэчь S, обцинем формула пентру детерминаря капачитэций конденсаторулуй план:

$$C = \frac{S\varepsilon_0}{d}. \tag{5.46}$$

Ын казул, кынд ынтре плэчиле конденсаторулуй се афлэ ун диелектрик ку перметивитатя ε, ын тоате формулеле ын локул луй ε_0 се ынтродуче $\varepsilon\varepsilon_0$.

Ла резолваря проблемелор референтоаре ла кондесатоареле плане требуе сэ цинем конт де урмэтоареле проприетэць:

а) ла ынтродучеря уней плэчь металиче ынтр'ун конденсатор обцинем доуэ конденсатоаре легате ын серие;

б) дакэ гросимя ачестей плэчь есте де мулте орь май микэ декыт дистанца динтре плэчиле конденсаторулуй, капачитатя луй електрикэ ну се скимбэ.

Ынтр'адевэр, капачитатя конденсаторулуй пынэ ла ынтродучеря плэчий $C_0=\frac{S\varepsilon\varepsilon_0}{d}$, яр дупэ ынтродучеря плэчий $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$, унде $C_1=\frac{S\varepsilon\varepsilon_0}{l}$, $C_2=\frac{S\varepsilon\varepsilon_0}{d-l}$. Ной ам пресупус, кэ плака де метал ынтродусэ се афлэ ла дистанца l де ла прима плакэ а конденсаторулуй. Астфел $\frac{1}{C}=\frac{d-l+l}{S\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{d}{S\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{1}{C_0}$, адикэ капачитатя конденсаторулуй рэмыне нескимбатэ ($C=C_0$).

в) Апликынд проприетатя пречедентэ, путем демонстра кэ, дакэ се ынтродук стратурь диелектриче паралеле ку плэчиле конденсаторулуй, обцинем доуэ сау май мулте (депинде де нумэрул стратурилор) конденсатоаре легате ын серие ын планеле де контакт але стратурилор диелектриче. Ынтр'адевэр, ынтродукынд плэчь металиче субцирь, каре коинчид ку планеле де контакт але диелектричилор, обцинем о тоталитате де конденсатоаре легате ын серие. Пе де алтэ парте, капачитатя конденсаторулуй конформ пунктулуй б) рэмыне нескимбатэ.

г) Дакэ ынтродучем ынтр'ун конденсатор стратурь диелектриче перпендикуларе пе плэчиле луй, ачест конденсатор поате фи консидерат ка о тоталитате де конденсатоаре легате ын паралел. Дрепт кондуктоаре де легэтурэ сервеск порциуниле инфинит мичь але плэчилор конденсаторулуй де лынгэ супрафеценле динтре стратуриле диелектриче.

д) Дакэ ун конденсатор есте конектат перманент ла о сурсэ де тенсиуне константэ, ла скимбаря капачитэций луй (ындепэртаря сау апропиеря плэчилор, ынтродучеря диелектрикулуй ш. а.) тенсиуня ынтре плэчиле конденсаторулуй ва рэмыне константэ ши егалэ ку тенсиуня сурсей. Дакэ тоате ачесте модификэрь але конденсаторулуй ау лок дупэ деконектаря луй де ла сурса де курент, сарчина луй ва рэмыне константэ.

Нотэ. Дефиниция капачитэций електриче а конденсаторулуй ну презинтэ дификултэць пентру елевь ши абитуриенць, яр дефиниция капачитэций електриче а унуй кондуктор, аша кум е формулатэ ын унеле кэрць, не поате кондуче унеорь ла грешель.

Ын ачесте кэрць читим: ***«Се нумеште капачитате електрикэ а унуй кондуктор мэримя егалэ ку рапортул динтре сарчина q, комуникатэ кондукторулуй, ши потенциалул луй»***. Конформ ачестей дефиниций ши формулей (5.27) капачитатя електрикэ а уней сфере

$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} + C'}, \qquad (5.47)$$

унде R есте раза сферей, яр C — константа арбитрарэ (ам скрис C' ын лок де C ка сэ н'о конфундэм ку капачитатя). Дин ачастэ формулэ реесэ, кэ капачитатя кондукторулуй депинде ну нумай де сарчина комуникатэ луй, чи ши де константа C'. Аич а фост гэситэ урмэтоаря ешире дин ачастэ ситуацие: константа C', фиинд арбитрарэ, а фост консидератэ егалэ ку зеро. Ачест фапт есте редат прин урмэтоареле кувинте: «Дакэ потенциалул пунктелор кымпулуй ситуат ла инфинит се консидерэ егал ку зеро. . .». Ынсэ ачаста лимитязэ дефиниция капачитэций нумай пентру ачест каз партикулар. Ка сэ евитэм ачест лукру путем дефини капачитатя унуй кондуктор изолат ын фелул урмэтор:

Се нумеште капачитате електрикэ а унуй кондуктор мэримя егалэ ку рапортул динтре сарчина q, комуникатэ кондукторулуй, ши вариация потенциалулуй луй:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{\varphi - \varphi_0}, \qquad (5.48)$$

унде φ есте потенциалул кондукторулуй дупэ че и с'а комуникат сарчина q, яр φ_0 есте потенциалул луй ынаинте де а и се комуника ачастэ сарчинэ.

Пентру о сферэ авем:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} + C' - C' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}, \qquad (5.49)$$

деоарече ын ачест каз $\varphi_0 = C'$.

Субституинд (5.48) ын (5.49), обцинем пентру капачитатя сферей експресия $4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$, каре ну депинде нич де мэримя сарчиний, нич де константа арбитрарэ C'. Ын мануалеле дин шкоалэ десеорь се прочедязэ ка ши ын казул де фацэ: дефиницииле ши лежиле се формулязэ пентру казуриле партикуларе ши, ануме, пентру челе май симпле. Есте фоарте импортант сэ цинем конт де ачаста, кынд тречем ла ун каз май женерал, сау ла алт каз че диферэ де чел дин мануал.

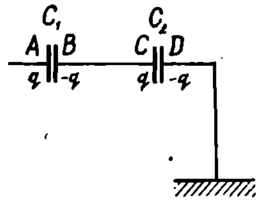
§ 23. Легаря ын серие ши ын паралел а конденсатоарелор ши резистенцелор

Ын практикэ десеорь апаре нечеситатя де а фолоси о капачитате сау о резистенцэ диферитэ де ачеля, пе каре ле авем ла диспозиције. Ачастэ капачитате сау резистенцэ поате фи обцинутэ прин легаря май мултор конденсатоаре сау резистенце.

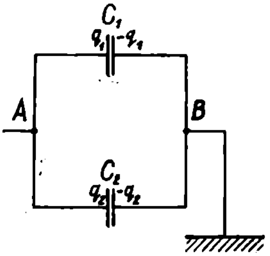
Конденсатоареле, репрезентате ын фиг. 5.21, се нумеск ле-

гате ын серие, яр дин фиг. 5.22 — легате ын паралел. Тоталитатя конденсатоарелор легате ын серие сау ын паралел се нумеште *батерие де кондeнсатоаре* ши поате фи консидератэ ка ун сингур конденсатор. Ын афарэ де ачаста, екзистэ ши легаре микстэ. Пентру а фолоси ын практикэ ун астфел де конденсатор екивалент (батерия де конденсатоаре) требуе май ынтый сэ детерминэм капачитатя луй.

Че есте характеристик пентру легаря ын серие а конденса-



Фиг. 5.21



Фиг. 5.22

тоарелор? Плэчиле (арматуриле) B ши C, фиинд уните принтр'ун кондуктор, ау ачелаш потенциал ($\varphi_C = \varphi^B$). Диференца де потенциал сау тенсиуня динтре армэтуриле конденсаторулуй екивалент

$$U = \varphi_A - \varphi_D \tag{5.50}$$

поате фи експриматэ прин тенсиуниле динтре плэчиле примулуй ши челуй де ал дойля конденсатор

$$U_1 = \varphi_A - \varphi_B, \; U_2 = \varphi_C - \varphi_D. \tag{5.51}$$

Адунынд валориле тенсиунилор U_1 ши U_2, обцинем:

$$U = U_1 + U_2. \tag{5.52}$$

Пентру а ынкэрка ачастэ батерие де конденсатоаре, пунем уна дин плэчиле екстреме (де екземплу, плака D) ла пэмынт, яр челейлалте плэчь екстреме (плака A) ый комуникэм о сарчинэ q. Плака B ва обцине прин индукцие о сарчинэ егалэ ку $-q$, плака C — сарчина q ши плака D ва авя о сарчинэ егалэ ку $-q$. Яр кантитатя де сарчинэ, акумулатэ де батерие, адикэ сарчина конденсаторулуй екивалент, ва фи егалэ ку q. Аша дар, ла легаря конденсатоарелор ын серие тенсиуня есте о мэриме адитивэ (5.52), яр сарчина тутурор конденсатоарелор

есте ачеяш ши есте егалэ ку сарчина конденсаторулуй екивалент (анч ну вом консидера легаря ын серие а конденсатоарелор, каре ау фост ын преалабил ынкэркате):

$$q_1 = q_2 = q. \tag{5.53}$$

Пентру а дедуче формула капачитэций батерией де конденсатоаре, скрием май ынтый формула пентру мэримя адитивэ (5.52). Апой ынтродучем ын ачастэ формулэ валориле кореспунзэтоаре але фиекэруй конденсатор $U_1 = \frac{q_1}{C_1}$, $U_2 = \frac{q_2}{C_2}$ ши а кондесаторулуй екивалент

$$U = \frac{q}{C}, \tag{5.54}$$

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}. \tag{5.55}$$

Цинынд конт де (5.53), обцинем:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \tag{5.56}$$

Ачест резултат поате фи ӂенерализат пентру легаря ын серие а n конденсатоаре

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}. \tag{5.57}$$

Деч, ла легаря ын серие а конденсатоарелор капачитатя батерией есте май микэ декыт чя май микэ капачитате а унуй конденсатор.

Ынтр'адевэр, фие $C_1 < C_2$. Конформ формулей (5.56), авем

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_1 \frac{1}{1 + \frac{C_1}{C_2}} < C_1.$$

Тенсиуня ла фиекаре конденсатор есте егалэ нумай ку о парте дин тенсиуня тоталэ ши, прин урмаре, посибилитатя стрэпунӂерий конденсатоарелор се микшорязэ.

Ла легаря конденсатоарелор ын паралел, плэчиле позитиве ау ачелаш потенциал φ_1, яр плэчиле негативе ау потенциалул φ_2. Ын ачест каз тоате конденсатоареле сынт ла ачеяш тенсиуне $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

$$U_1 = U_2 = U, \tag{5.58}$$

яр сарчина есте о мэриме адитивэ:

$$q = q_1 + q_2. \qquad (5.59)$$

Ынлокуинд ын ачастэ егалитате валориле сарчинилор $q = CU$, $q_1 = C_1U_1$ ши $q_2 = C_2U_2$, авем:

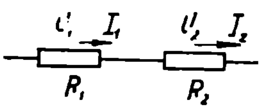
$$CU = C_1U_1 + C_2U_2. \qquad (5.60)$$

Цинынд конт де (5.58), обцинем:

$$C = C_1 + C_2. \qquad (5.61)$$

Ын казул женерал а n конденсатоаре легате ын паралел авем:

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i. \qquad (5.62)$$



Фиг. 5.23

Деч, ла легаря конденсатоарелор ын паралел капачитатя батерией есте егалэ ку сума капачитэцилор конденсатоарелор легате, адикэ пентру о анумитэ диференцэ де потенциал путем мэри капачитатя де акумуларе а сарчинилор електриче, конформ формулей $q = CU$.

Ка ши ын казул конденсатоарелор, ла легаря ын серие а резистенцелор тенсиуня есте о мэриме адитивэ (фиг. 5.23):

$$U = U_1 + U_2. \qquad (5.63)$$

Есте евидент, кэ амбеле резистенце (фиг. 5.23) сынт паркурсе де ачелаш курент:

$$I_1 = I_2 = I. \qquad (5.64)$$

Конформ лежий луй Ом,

$$U = IR,\ U_1 = I_1R_1,\ U_2 = I_2R_2. \qquad (5.65)$$

Субституинд (5.65) ын (5.63) ши, цинынд конт де (5.64), обцинем:

$$R = R_1 + R_2. \qquad (5.66)$$

Дакэ легэм ын серие n кондуктоаре ку резистенцеле R_1, R_2, ..., R_n резистенца екивалентэ ва фи:

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i, \qquad (5.67$$

Ла легаря резистенцелор ын паралел (фиг. 5.24) курентул есте о мэриме адитивэ

$$I = I_1 + I_2, \qquad (5.68)$$

яр тенсиуня ла капетеле амбелор резистенце есте ачеяш:

$$U_1 = U_2 = U. \qquad (5.69)$$

Ынлокуинд I, I_1 ши I_2 ын (5.68), авем:

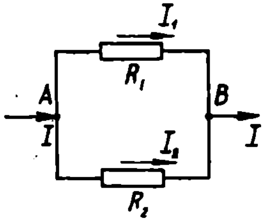
$$\frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}, \qquad (5.70)$$

де унде, конформ егалитэций (5.69), обцинем:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \qquad (5.71)$$

Ачест резултат поате фи женерализат пентру резистенце легате ын паралел:

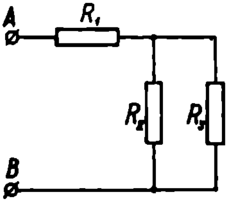
$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}. \qquad (5.72)$$



Фиг. 5.24

Унеорь ну путем спуне дин тимп, кум сынт легате анумите елементе (конденсатоаре сау резистенце), пынэ ну куноаштем, ын че пункте але чиркуитулуй есте апликатэ тенсиуня. Ын унеле казурь е нечесар сэ куноаштем, дакэ тенсиуня е константэ сау депинде де тимп (курент алтернатив). Сэ не лимитэм аич ла студиеря диферителор модурь де легаре а резистенцелор.

Резистенцеле R_1 ши R_2 дин чиркуитул репрезентат ын фиг. 5.25 ну пот фи консидерате легате ын серие ($I_1 \neq I_2$) сау ын паралел ($U_1 \neq U_2$). Дакэ вом ынлокуи резистенца R_3 ку ун конденсатор (фиг. 5.26), ну путем консидера, кэ ачесте доуэ резистенце сынт легате ын серие. Ла ун курент алтернатив прин ачесте резистенце чиркулэ дифериць куренць ($I_1 \neq I_2$) ши е клар, кэ еле ну пот фи консидерате легате ын серие. Бинеынцелес, кэ еле ну пот фи консидерате нич легате ын паралел ($U_1 \neq U_2$).

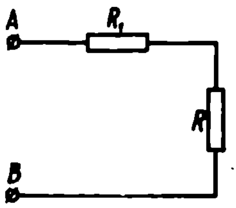


Фиг. 5.25

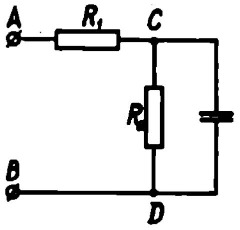
Дакэ тенсиуня апликатэ

ынтре пунктеле A ши B (фиг. 5.26) есте константэ, ла ынкидеря ши ынтреруперя чиркуитулуй куренций, каре чиркулэ прин резистенцеле R_1 ши R_2, ну сынт егаль ынтре ей ($I_1 \neq I_2$), деоарече ын пунктул C курентул I_1 се рамификэ. Дупэ че кондесаторул с'а ынкэркат $I_1 = I_2$, ынсэ ничь ын ачест каз ну путем консидера кэ резистенцеле R_1 ши R_2 сынт легате ын серие.

Кондицииле $U_1 = U_2$ ши $I = I_1 + I_2$ пентру легаря ын паралел сынт нумай кондиций нечесаре ши нич де кум суфичиенте. Ла



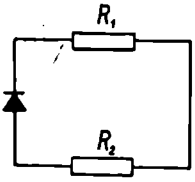
Фиг. 5.25а



Фиг. 5.26

фел $I_1 = I_2$ ши $U = U_1 + U_2$ сынт нумай кондиций нечесаре пентру легаря ын серие.

Пентру ка доуэ сау май мулте резистенце сэ поатэ фи консидерате легате ын паралел сау ын серие, е нечесарэ ши посибилитатя ынлокуирий ачестор резистенце принтр'о резистенцэ екивалентэ. Де екземплу, резистенцеле R_2 ши R_3 кореспунд кондициилор де легаре а доуэ резистенце ын паралел: $U_2 = U_3$, $I_1 = I_2 + I_3$ ши еле пот фи ынлокуите ын чиркуит ку ун кондуктор, авынд резистенца $R = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ (фиг. 5.25а), яр резистенцеле R_1 ши R_2 дин фиг. 5.26, деши $I_1 = I_2$, $U = U_1 + U_2$, ну пот фи консидерате легате ын серие, деоарече ну ле путем ынлокуи прин резистенца $R = R_1 + R_2$, фэрэ а скимба чева ын чиркуит. Де екземплу, фэрэ а скимба тенсиуня апликатэ ла армэтуриле кондесаторулуй.

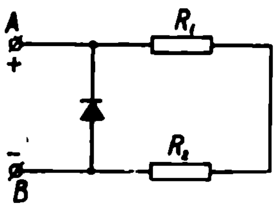


Фиг. 5.27

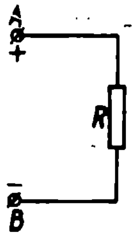
Доуэ резистенце дин фиг. 5.27 пот фи консидерате легате ын серие сау ын паралел ын

депенденцэ де модул де конектаре а сурсей де курент. Диода се консидерэ идеалэ: резистенца ей ын сенс директ есте егалэ ку зеро, яр ын сенс инверс аре о валоаре инфинит маре. Дакэ сурса де курент есте конектатэ, дупэ кум е индикат ын фиг. 5.28, резистенцеле R_1 ши R_2 пот фи консидерате легате ын серие. Чиркуитул екивалент есте репрезентат ын фиг. 5.28а, унде $R = R_1 + R_2$.

Ын казул, кынд сурса есте конектатэ ка ын фиг. 5.29, ачесте



Фиг. 5.28



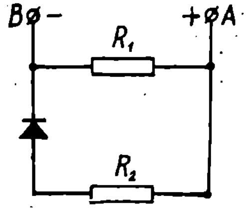
Фиг. 5.28а

резистенце пот фи консидерате легате ын паралел ши пот фи ынлокуите ку о резистенцэ екивалентэ $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (фиг. 5.29а).

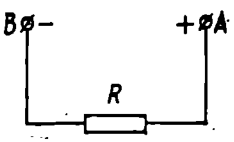
Дакэ вом конекта сурса, дупэ кум е индикат ын фиг. 5.30, чиркуитул екивалент ва концине нумай резистенца R_1 (фиг. 5.30а).

Ын ачест каз (фиг. 5.30) резистенцеле R_1 ши R_2 де асеменя пот фи консидерате легате ын паралел, резистенца R_2 фииндинфинит маре.

Дакэ вом луа о реця де сырмэ ын формэ де куб (фиг. 5.31),

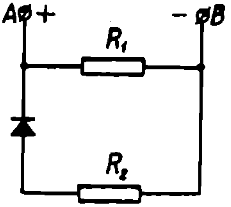


Фиг. 5.29

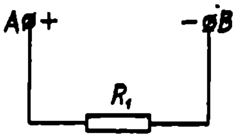


Фиг. 5.29а

резистенца ынтре пунктеле A ши B (ын ачесте пункте е апликатэ тенсиуня) ва фи егалэ ку $\frac{5}{6}r$, яр ынтре пунктеле A ши C — ку $\frac{7}{12}r$. Анч r есте резистенца уней букэць де сырмэ де лунжимя мукией кубулуй. Ын каз женерал резистенца орькэруй чиркуит депинде де пунктул, ын каре се конектязэ сурса де тенсиуне.



Фиг. 5.30



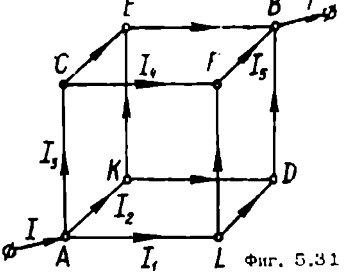
Фиг. 5.30а

Деосебим патру методе де калкул а резистенцей диферителор чиркуите.

1. Дин чиркуитул, репрезентат ын кондицииле проблемей, сау дупэ ынлокуиря чиркуитулуй дат ку алтул екивалент, есте евидент, каре динтре резистенце пот фи консидерате легате ын серие ши каре — ын паралел.

◆ **Проблема 5.5.** Сэ се детермине резистенца ынтре пунктеле A ши B але чиркуитулуй репрезентат ын фиг. 5.32, дакэ $R_1=1{,}8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=2$ Ом, $R_4=5$ Ом, $R_5=2$ Ом.

Резолваре. Ынлокуим чиркуитул дин фиг. 5.32 ку ун чиркуит екивалент (фиг. 5.33). Дин фигурэ се веде, кэ резистенцеле R_2 ши R_5 сынт легате ын паралел ши пот фи ынлокуите ку резистенца екивалентэ $R_{25}=\frac{R_2R_5}{R_2+R_5}=1{,}2$ Ом.



Фиг. 5.31

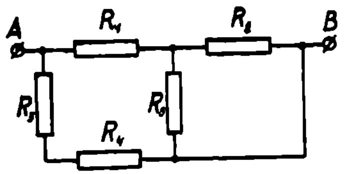
Резистенца R_{25} ла рындул ей е легатэ ын серие ку резистенца R_1 ши еле пот фи ынлокуите прин резистенца екивалентэ $R_{251}=R_{25}+R_1=3$ Ом.

Резистенцеле R_3 ши R_4 сынт легате ын серие: $R_{34}=R_3+R_4=$ $=7$ Ом.

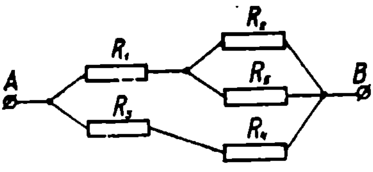
Ши, ын сфыршит, резистенцеле R_{251} ши R_{34} сынт легате ын паралел.

Резистенца тоталэ ва фи:

$$R_{AB}=\frac{R_{251}\cdot R_{34}}{R_{251}+R_{34}}=2{,}1 \text{ Ом}.$$



Фиг. 5,32



Фиг. 5.33

Нотэ. Ын проблемеле де ачест тип унеорь е комод сэ ынтродучем валориле нумериче ын формулеле интермедиаре. Ачаста се фаче дин кауза, кэ ын униле казурь, кынд резолвэм проблема ын форма женералэ, обцинем експресий фоарте компликате. Ынтродучеря валорилор нумериче ын формулеле интермедиаре поате симплифика ку мулт калкуреле.

2. Пентру а алкэтуи чиркуитул екивалент сынтем невоиць сэ гэсим пунктеле чиркуитулуй, каре ау потенциале егале. Ачесте пункте пот фи уните сау дезуните, фэрэ а модифика куренций, каре чиркулэ прин кондукторь, адикэ фэрэ а скимба резистенца чиркуитулуй (ла о анумитэ конектаре а сурсей де курент). Де екземплу, пунктеле C, K ши L (фиг. 5.31) ау потенциале егале ($\varphi_C=\varphi_K=\varphi_L$). Ла фел сынт егале ши потенциалеле пунктелор E, F ши D. Ын амбеле казурь се пресупуне, кэ сурса де курент есте конектатэ ын пунктеле A ши B. Ку алте кувинте, $\varphi_L=\varphi_K=\varphi_C$ ши $\varphi_E=\varphi_F=\varphi_D$ аре лок ла детерминаря резистенцей ачестуй чиркуит ынтре пунктеле A ши B. Ынтр'адевэр, конформ симетрией куренций I_1, I_2 ши I_3 сынт егаль. Дакэ резистенца уней мукий а кубулуй есте егалэ ку r, атунч

$$I_1=\frac{\varphi_A-\varphi_L}{r},\quad I_2=\frac{\varphi_A-\varphi_K}{r},\quad I_3=\frac{\varphi_A-\varphi_C}{r}.$$

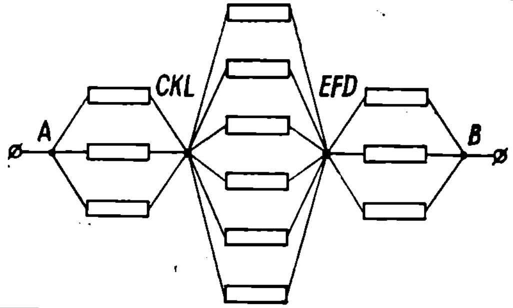
Егалынд ачесте валорь але куренцилор, обцинем чея че требуя демонстрат.

Ын мог аналог се демонстрязэ: $\varphi_E=\varphi_F=\varphi_D$.

Унинд пунктеле, че ау потенциале егале, обцинем ун чиркуит екивалент (фиг. 5.34) ку чел инициал.

Ачест чиркуит (фиг. 5.34) поате фи ынлокуит ку алт чиркуит май симплу (фиг. 5.35).

Аич $R_1=\frac{r}{3}$, $R_2=\frac{r}{6}$, $R_3=\frac{r}{3}$.

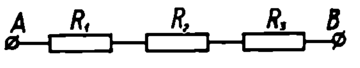


Фиг. 5.34

Резистенцеле R_1, R_2 ши R_3 сынт легате ын серие ши резистенца тоталэ $R=R_1+R_2+R_3=\frac{5}{6}r$.

3) Ын казул чиркуителор симетриче путем фолоси лежя луй Ом, чея че симплификэ резолваря ын компарацие ку метода чиркуителор екиваленте.

Сэ детерминэм прин ачастэ методэ резистенца ынтре пунктеле A ши B але чиркуитулуй, репрезентат ын фиг. 5.31. Дакэ курентул електрик, че ынтрэ ын нодул A ал чиркуитулуй, ыл вом нота ку I, ын виртутя симетрией чиркуитулуй куренций I_3 ши I_5 вор фи егаль ку $\frac{I}{3}$, яр курентул I_4 — ку $\frac{I}{6}$. Тенсиуня



Фиг. 5.35

U_{AB} есте егалэ ку сума тенсиунилор U_{AC}, U_{CF} ши U_{FB}:

$$U_{AB}=U_{AC}+U_{CF}+U_{FB}. \quad (1)$$

Конформ лежий луй Ом:

$$U_{AB}=IR, \quad U_{AC}=U_{FB}=\frac{I}{3}r,$$

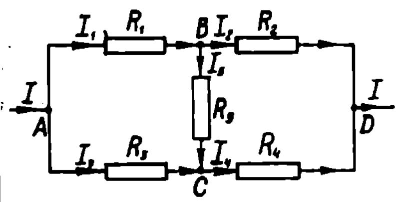
$$U_{CF}=\frac{I}{6}r. \quad (2)$$

Ынлокуинд (2) ын (1), авем:

$$IR = I\frac{5}{6}r, \text{ де унде } R = \frac{5}{6}r.$$

Лежя луй Ом поате фи фолоситэ ши пентру детерминаря резистенцей чиркуителор несиметриче. Ын ачест каз обцинем ун систем де екуаций ку май мулте некуноскуте. Ачаста е чя май женералэ методэ ши сынт проблеме, каре прин алте методе нич ну пот фи резолвате.

◆ **Проблема 5.6.** Сэ се детермине резистенца ынтре пунктеле A ши D але чиркуитулуй репрезентат ын фиг. 5.36, дакэ $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 1$ Ом, $R_4 = 2$ Ом.



Фиг. 5.36

Резолваре. Дакэ апликэм ынтре пунктеле A ши D тенсиуня U, резистенцеле вор фи паркурсе де куренций индикаць ын фигурэ. Ын реалитате уний куренць пот авя дирекций опусе челор индикате ын фигурэ (ла резолваре ачешть куренць вор фи негативь). Ын пунктеле A, B, C ши D куренций се рамификэ:

$$I = I_1 + I_3. \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 + I_5. \quad (2)$$

$$I_3 + I_5 = I_4. \quad (3)$$

Екуация $I_2 + I_4 = I$ (пентру пунктул D) есте о консечинцэ (комбинацие линиарэ) а примелор трей екуаций ши н'аре сенс с'о скрием.

Тенсиуня ынтре пунктеле A ши C есте егалэ ку I_3R_3 сау ку $I_1R_1 + I_5R_5$, адикэ

$$I_3R_3 = I_1R_1 + I_5R_5. \quad (4)$$

Прочедынд ла фел ши пентру тенсиуниле динтре пунктеле B ши D, A ши D, обцинем ынкэ доуэ екуаций:

$$I_2R_2 = I_4R_4 + I_5R_5, \quad (5)$$

$$U = I_1R_1 + I_2R_2. \quad (6)$$

Астфел ам обцинут ун систем де 6 екуаций ку шасе некуноскуте I_1, I_2, ..., I_6. Тенсиуня U о путем консидера куноску-

тэ, деоарече ын резултатул финал еа се симплификэ. Резолвынд ачест систем де екуаций, обцинем:

$$I=\frac{U}{r}, \tag{7}$$

унде r есте о комбинацие а резистенцелор R_1, R_2, ..., R_6. Ынсэ дакэ ынлокуим валориле нумериче але резистенцелор ла диферите етапе интермедиаре але резолвэрий, калкулеле сынт симпле ши $r=\frac{13}{11}$ Ом.

Пе де алтэ парте,

$$I=\frac{U}{R}, \tag{8}$$

унде R есте резистенца каре требуе детерминатэ.

Компарынд (7) ши (8), авем:

$$R=r=\frac{13}{11}\ \text{Ом}. \tag{9}$$

Дакэ пунем $R_3=2$ Ом ши лэсэм челелалте резистенце фэрэ скимбаре, резолваря проблемей се симплификэ, деоарече ын чиркуит апаре о симетрие. Ынтр'адевэр, дакэ скимбэм локул резистенцелор R_1 ши R_2 сау R_3 ши R_4 сау конкомитент R_1 ши R_2; R_3 ши R_4 нимик ну се скимбэ. Деачея $I_1=I_2$, $I_3=I_4$ ши $\Delta\varphi_{AB}=\Delta\varphi_{BD}=-\frac{U}{2}$, $\Delta\varphi_{AC}=\Delta\varphi_{CD}=-\frac{U}{2}$. Адикэ $\Delta\varphi_{AB}=\Delta\varphi_{AC}$ сау $\varphi_B-\varphi_A=\varphi_C-\varphi_A$, де унде $\varphi_B=\varphi_C$. Прин урмаре, пунктеле B ши C пот фи уните ынтре еле, обцинынд чиркуитул репрезентат ын фиг. 5.37.

Резистенцеле R_1 ши R_3, R_2 ши R_4 сынт легате ын паралел:

$$R_{13}=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}, \tag{10}$$

$$R_{24}=\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}. \tag{11}$$

Резистенца тоталэ

$$R=R_{13}+R_{24}=\frac{4}{3}\ \text{Ом}. \tag{12}$$

Нотэ. Тенсиуня ынтре пунктеле B ши C есте егалэ ку зеро ($\varphi_B=\varphi_C$) пентру орьче валоаре а резистенцей R_5 ши ынтр'ун каз май женерал:

$R_4R_1=R_2R_3$. Пунынд $R_5=0$, обцинем чиркуитул репрезентат ын фиг. 5.37. Дакэ пунем $R_5=\infty$, обцинем чиркуитул репрезентат ын фиг. 5.38. Ын ултимул каз $R=\frac{R_{12}\cdot R_{34}}{R_{12}+R_{34}}$, унде $R_{12}=R_1+R_2$, $R_{34}=R_3+R_4$. Субституинд валориле нумериче дин проблема 5.6, обцинем ярэш $R=\frac{4}{3}$ Омь.

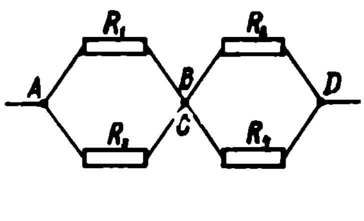
Дар казул $R_5=0$ требуе анализат май детайлат. Дакэ $R_5=0$, курентул I_5 есте недетерминат де формула $I_5=\frac{|\Delta\varphi_{BC}|}{R_5}$, деоарече авем $I_5=\frac{0}{0}$ ши, прин урмаре, апаре ындояла ын екиваленца чиркуителор 5.37 ши 5.36. Ынсэ верификаря аратэ кэ $I_5=0$ пентру орьче валоаре а резистенцей $R_5(0<R_5<\infty)$. Ынтр'адевэр, пунынд $\frac{R_4}{R_3}=\frac{R_2}{R_1}=k$ ын екуацииле (2), (3), (4) ши (5), обцинем $I_5\left(\frac{R_5}{k}+R_5+R_1+R_3\right)=0$, адикэ $I_5=0$.
Астфел путем траже конклузия кэ ши чиркуителе (5.37) ши (5.38) сынт екиваленте, адикэ чиркуитул (5.38) поате фи ынлокуит ку чиркуитул (5.37), легынд ынтре еле пунктеле B ши C, каре ау потенциале егале.

4) Метода а патра се апликэ ла детерминаря резистенцей рецелелор инфините. Еа констэ ын компунеря екуациилор пентру детерминаря резистенцей тотале.

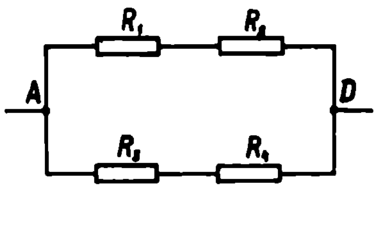
◆ **Проблема 5.7.** Сэ се детермине резистенца ынтре пунктеле A ши B але рецелей инфините, репрезентате ын фиг. 5.39.

Резолваре. Нотэм ку R резистенца тоталэ а рецелей. Дакэ вом сепара о челулэ дин ачастэ реця, рестул рецелей ва фи тот инфинитэ, авынд резистенца егалэ ку R (фиг. 5.40).

Резистенцеле дин челула сепаратэ ау фост нотате ку r_1, r_2,



Фиг. 5.37



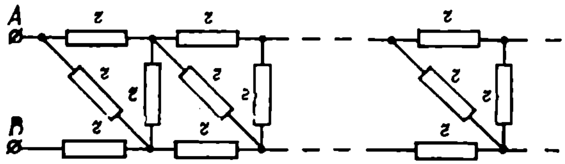
Фиг. 5.38

r_3 ши r_4, дар фиекаре дин еле есте егалэ ку r. Резистенцеле r_3 ши R сынт легате ын паралел ши резистенца екивалентэ R_3 ва фи:

$$R_3 = \frac{Rr_3}{R + r_3}. \quad (1)$$

Резистенцеле r_1 ши R_3 сынт легате ын серие:

$$R_{13} = r_1 + R_3. \quad (2)$$



Фиг. 5.39

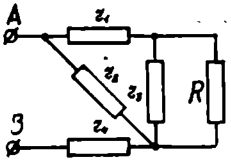
Резистенцеле R_{13} ши r_2 сынт легате ын паралел:

$$R_{132} = \frac{R_{13}r_2}{R_{13} + r_2}. \quad (3)$$

Ын сфыршит, резистенцеле R_{132} ши r_4 сынт легате ын серие ши резистенца лор екивалентэ есте:

$$R = r_4 + R_{132}. \quad (4)$$

Субституинд (1) ын (2), (2) ын (3) ши (3) ын (4), обцинем:



Фиг. 5.40

$$R = r\left(1 + \frac{\frac{R}{R+r} + 1}{\frac{R}{R+r} + 2}\right). \quad (5)$$

Резолвынд ачастэ екуацие ши пэстрынд нумай рэдэчина позитивэ (рэдэчина негативэ ну аре сенс физик), обцинем:

$$R = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}\, r.$$

§ 24. Амперметрул ши волтметрул

Орьче апарат де мэсурэ требуе сэ ынтродукэ кыт май пуцине модификэрь ын проприетэциле обьектулуй супус мэсурэрий. Де екземплу, капачитатя термикэ а термометрулуй требуе сэ фие де мулте орь май микэ декыт капачитатя термикэ а корпулуй, температура кэрея е мэсуратэ, пентру а евита вариация considerabilэ а температурий ачестуй корп ын прочесул мэсурэрий. Каре требуе сэ фие резистенцеле амперметрулуй ши волтметрулуй?

1. Амперметрул

Амперметрул се конектязэ ын серие ку ачя порциуне а чиркуитулуй (ку резистенца R_0), ын каре е невое сэ мэсурэм интенситатя курентулуй. Ла легаря ын серие резистенцеле се адунэ:

$$R = R_0 + R_a, \tag{5.73}$$

унде R_a есте резистенца интериоарэ а амперметрулуй. Дин ачастэ формулэ е клар кэ резистенца чиркуитулуй рэмыне практик немодификатэ, дакэ резистенца R_a ва фи де мулте орь май микэ декыт R_0 ($R_a \ll R_0$). Амперметрул репрезинтэ ун апарат сенсибил фацэ де курент — галванометру. Дар ын галванометреле де диферите конструкций курентул трече прин кондуктоаре, резистенцеле кэрора $R_г$ ну сынт мичь, адикэ ну ынтотдяуна сатисфак инегалитатя $R_г \ll R_0$. Деачея, кынд галванометрул се фолосеште ын калитате де амперметру, се лягэ паралел ку ел о резистенцэ нумитэ шунт. Шунтуриле пот фи фэкуте суб формэ де сырме (баре, плэчь) ку ария секциуний трансверсале маре. Шунтул поате фи монтат директ ын апарат, сау поате фи конектат нумай ын каз де нечеситате. Дакэ вом нота резистенца шунтулуй ку $R_ш$, резистенца амперметрулуй ва фи:

$$R_a = \frac{R_ш R_г}{R_ш + R_г} = R_ш \frac{1}{1 + \frac{R_ш}{R_г}}. \tag{5.74}$$

Дакэ $R_ш \ll R_г$, атунч, $R_a \approx R_ш$. Де анч резултэ, кэ пентру ка резистенца чиркуитулуй сэ рэмынэ практик немодификатэ дупэ конектаря амперметрулуй, е нечесар ка $R_ш \ll R_0$.

Шунтуриле се фолосеск ши пентру а лэржи лимита де мэсурэ а амперметрулуй.

◆ **Проблема 5.8.** Ун амперметру ку резистенца интериоарэ R_a есте превэзут пентру ун анумит курент максим. Сэ се детермине резистенца шунтулуй, каре поате фи конектат ла амперметру пентру а мэри валоаря курентулуй максим де n орь.

Резолваре. Прин шунт трече чя май маре парте дин курентул мэсурат, яр прин амперметру — нумай о фракциуне, че ну требуе сэ депэшаскэ курентул максим инициал I_a.

$$I_a = \frac{I}{n}, \qquad (1)$$

унде I есте курентул максим, каре поате фи мэсурат ку ажуторул амперметрулуй ку шунт. Деоарече амперметрул ши шунтул репрезинтэ доуэ резистенце легате ын паралел, курентул мэсурат се бифуркэ:

$$I = I_a + I_ш, \qquad (2)$$

унде $I_ш$ есте курентул, каре трече прин шунт.

Елиминынд I дин ачесте доуэ екуаций, обцинем:

$$I_ш = I_a(n-1). \qquad (3)$$

Ла легаря ын паралел а кондуктоарелор тенсиуниле ла капетеле лор сынт егале:

$$rI_ш = R_0 I_a, \qquad (4)$$

унде r есте резистенца шунтулуй, че требуе афлатэ. Ынлокуинд $I_ш$ ын (4), обцинем:

$$r = \frac{R_a}{n-1}. \qquad (5)$$

Астфел, дакэ прин амперметру циркулэ курентул I_a, интенситатя курентулуй мэсурат ва фи егалэ ку nI_a. Пентру а обцине интенситатя курентулуй мэсурат е нечесар сэ ынмулцим ку n интенситатя курентулуй, индикат де амперметру сау сэ градэм дин ноу скара апаратулуй. Валоаря уней дивизиунь се мэреште де n орь (сенсибилитатя амперметрулуй се микшорязэ де n орь). Шунтул, де обичей, се алеже астфел, ынкыт валоаря дивизиуний сэ се мэряскэ де 10, 100, 1000 де орь. Де екземплу, пентру ка ун милиамперметру сэ девинэ амперметру ($n = 1000$), паралел ку ел требуе сэ легэм ун шунт ку резистенца де 999 орь май микэ декыт резистенца милиамперметрулуй.

2. Волтметрул

Се штие, кэ доуэ мэримь пропорционале пот фи мэсурате ку унул ши ачелаш апарат. Тенсиуня есте директ пропорционалэ ку интенситатя курентулуй. Деч, тенсиуня, ка ши интенситатя, поате фи мэсуратэ ку ажуторул галванометрулуй, каре ын ачест каз се нумеште волтметру. Волтметрул ка ши ампермет-рул, мэсоарэ интенситатя курентулуй, че тревe прин ел, нумай кэ скара волтметрулуй е градатэ ын волць ши ну ын ампереь.

Дакэ доуэ резистенце сынт легате ын паралел, тенсиуня ла капетеле лор есте ачеяш. Деачея волтметрул се конектязэ ын паралел ку резистенца, ла капетеле кэрея се мэсоарэ тенсиуня. Конектаря волтметрулуй ын чиркуит дуче ла модификаря чиркуитулуй: се скимбэ ши резистенца, ши интенситатя куренцилор ши ка урмаре тенсиуня мэсуратэ диферэ де чя, каре ера пынэ ла мэсураре. Пентру ка ачесте модификэрь практик сэ ну айбэ лок, е нечесар ка резистенца R ынтре пунктеле де конектаре але волтметрулуй сэ дифере кыт май пуцин де резистенца R_0 ынтре ачесте пункте пынэ ла конектаря волтметрулуй. Ла легаря ын паралел авем:

$$R=\frac{R_0R_{\text{в}}}{R_0+R_{\text{в}}}=\frac{R_0}{1+\frac{R_0}{R_{\text{в}}}}, \tag{5.75}$$

унде $R_{\text{в}}$ есте резистенца интериоарэ а волтметрулуй. Конформ ачестей формуле, $R\approx R_0$, дакэ $R_0\ll R_{\text{в}}$, адикэ резистенца волтметрулуй требуе сэ фие де мулте орь май маре декыт резистенца порциуний де чиркуит, пе каре се мэсоарэ тенсиуня. Ын ачест скоп ын серие ку галванометрул се лягэ о резистенцэ суплиментарэ $R_{\text{супл}}$, ши резистенца волтметрулуй есте:

$$R_{\text{в}}=R_{\text{г}}+R_{\text{супл}}. \tag{5.76}$$

Резистенца суплиментарэ поате серви ши пентру лэржиря лимитей де мэсурэ а волтметрулуй. Ку алте кувинте, легынд ын серие ку волтметрул о резистенцэ анумитэ, путем мэри валоаря уней дивизиунь а волтметрулуй де 10, 100, 1000 де орь.

◆ **Проблема 5.9.** Ун волтметру ку резистенца интериоарэ $R_{\text{в}}$ есте превэзут пентру о тенсиуне максимэ U_0. Че резистенцэ суплиментарэ требуе сэ легэм ын серие ку волтметрул, ка тенсиуня максимэ адмисибилэ сэ девинэ егалэ ку U?

Резолваре. Ла легаря ын серие авем:

$$U = U_0 + U_{супл}, \quad (1)$$

унде $U_{супл}$ есте тенсиуня ла капетеле резистенцей суплиментаре. Интенситатя курентулуй, каре чиркулэ прин волтметру ши прин резистенца суплиментарэ, есте уна ши ачеяш:

$$\frac{U_0}{R_в} = \frac{U_{супл}}{R_{супл}}, \quad (2)$$

унде $R_{супл}$ есте резистенца суплиментарэ, каре требуе детерминатэ. Резолвынд системул де екуаций (1) ши (2), обцинем:

$$R_{супл} = R_в \frac{U - U_0}{U_0}. \quad (3)$$

Дакэ тенсиуня U есте де n орь май маре декыт тенсиуня максимэ инициалэ U_0 (адикэ $U = nU_0$), дин (3) авем:

$$R_{супл} = R_в(n - 1). \quad (4)$$

Аша дар, пентру а мэри валоаря уней дивизиунь а волтметрулуй легэм ын серие ку ел о резистенцэ суплиментарэ де (n—1) орь май маре декыт резистенца луй интериоарэ. Тенсиуня индикатэ де ачест волтметру требуе ынмулцитэ ку n, обцинынд астфел тенсиуня мэсуратэ. Скара волтметрулуй се поате града дин ноу. Де екземплу, ун миливолтметру, ла каре се лягэ о резистенцэ суплиментарэ де 999 орь май маре декыт резистенца луй интериоарэ, се трансформэ ын волтметру.

Орьче амперметру поате фи фолосит ын калитате де волтметру. Ын ачест скоп требуе сэ легэм ын серие ку амперметрул о резистенцэ суплиментарэ ши сэ градэм скара апаратулуй ын волць.

◆ **Проблема 5.10.** Ун амперметру ку резистенца интериоарэ $R_а$ есте превэзут пентру ун курент максим I_0. Че резистенцэ суплиментарэ $R_{супл}$ требуе легатэ ку амперметру, ка сэ-л путем фолоси ын калитате де волтметру превэзут пентру о тенсиуне максимэ U_0?

Резолваре. Ла легаря ын серие а амперметрулуй ши резистенцей авем:

$$U_0 = I_0 R_а + I_0 R_{супл}, \quad (1)$$

де унде

$$R_{супл} = \frac{U_0}{I_0} - R_а. \quad (2)$$

Е клар, кэ ун волтметру ку шунт поате фи фолосит ын калитате де амперметру.

◆ **Проблема 5.11.** Ун волтметру ку резистенца интериоарэ $R_в$ есте превэзут пентру о тенсиуне лимитэ U_0. Каре требуе сэ фие резистенца шунтулуй $R_ш$, че урмязэ сэ фие конектат ла волтметру, пентру ка волтметрул сэ поатэ фи трансформат ын амперметру превэзут пентру ун курент максим I_0?

Резолваре. Легэм ын паралел волтметрул ши шунтул. Курентул се бифуркэ:

$$I_0=\frac{U_0}{R_в}+\frac{U_0}{R_ш}. \qquad (1)$$

Примул термен дин партя дряптэ репрезинтэ курентул, каре תрече прин волтметру, яр ал дойля — прин шунт.

Резолвынд ачастэ екуацие, авем:

$$R_ш=\frac{R_вU_0}{R_вI_0-U_0}. \qquad (2)$$

§ 25. Форца електромотоаре а сурсей де курент ши мэсураря ей

Мулте мэримь физиче пот фи калкулате директ дин формулеле, прин каре ау фост дефините. Де екземплу, резистенца кондукторулуй поате фи калкулатэ, мэсурынд курентул, каре трече прин ел ши тенсиуня ла капетеле луй:

$$R=\frac{U}{I}. \qquad (5.77)$$

Форца електромотоаре а уней сурсе де курент есте дефинитэ ка рапортул динтре лукрул, пе каре-л ефектуязэ форцеле екстериоаре пентру депласаря сарчиний де-а лунгул чиркуитулуй, ши ачастэ сарчинэ:

$$\mathscr{E}=\frac{A}{q}. \qquad (5.78)$$

Ынсэ ачастэ формулэ ну поате фи фолоситэ пентру детерминаря форцей електромотоаре. Пентру а мэсура ачастэ мэриме, конектэм ла борнеле сурсей де курент ун волтметру, каре ва индика тенсиуня:

$$U=IR_в \qquad (5.79)$$

Интенситатя курентулуй I поате фи детерминатэ конформ лежий луй Ом пентру ун чиркуит ынкис:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{r+R_в}, \tag{5.80}$$

унде r есте резистенца интериоарэ а сурсей, яр $\mathcal{E}$ — форца електромотоаре а ей. Ынлокуинд (5.80) ын (5.79), обцинем:

$$U=\frac{\mathcal{E}R_в}{r+R_в}=\mathcal{E}\frac{1}{1+\frac{r}{R_в}}. \tag{5.81}$$

Дин ачастэ формулэ се веде кэ $U\approx\mathcal{E}$, кынд $\frac{r}{R_в}\ll 1$. Аша дар, тенсиуня индикатэ де волтметрул конектат ла борнеле уней сурсе поате фи консидератэ практик егалэ ку форца електромотоаре а ачестей сурсе, дакэ резистенца волтметрулуй есте де мулте орь май маре декыт резистенца интериоарэ а сурсей. Дакэ $R\to\infty$, атунч $\mathcal{E}=U$, адикэ форца електромотоаре а сурсей де курент есте егалэ ку тенсиуня ла борне, кынд чиркуитул есте ынтрерупт (дескис). Пентру а детермина екзакт форца електромотоаре путем фолоси формула (5.81).

◆ **Проблема 5.12.** Ун волтметру ку резистенца интериоарэ R_1, конектат ла борнеле уней сурсе, индикэ тенсиуня U_1. Ал дойля волтметру ку резистенца R_2, фиинд конектат ла борнеле ачестей сурсе, индикэ тенсиуня U_2. Сэ се детермине форца електромотоаре а сурсей ши резистенца интериоарэ.

Резолваре. Апликынд формула (5.81) пентру амбеле мэсурэрь, обцинем ун систем дин доуэ екуаций ку доуэ некуноскуте ($\mathcal{E}$ ши r):

$$U_1=\frac{\mathcal{E}}{1+\frac{r}{R_1}},\quad U_2=\frac{\mathcal{E}}{1+\frac{r}{R_2}}. \tag{1}$$

Резолвынд ачест систем де екуаций, обцинем:

$$\mathcal{E}=\frac{U_1U_2(R_1-R_2)}{U_2R_1-U_1R_2}. \tag{2}$$

$$r=\frac{R_1R_2(U_1-U_2)}{U_2R_1-U_1R_2}. \tag{3}$$

Нотэ. Верификаря ачестор резултате се поате фаче пе база проприетэций де симетрие а проблемей. Ла пермутаря индичилор 1⇄2 амбеле резултате требуе сэ рэмынэ фэрэ скимбаре, деоарече проблема концине карактеристичеле волтметрелор ын мод симетрик. Требуе сэ менционэм, кэ инварианца резултателор ла пермутаря индичилор есте нумай о кондиции нечесарэ ши нич де кум суфичиентэ.

§ 26. Легаря елементелор ын серие ши ын паралел

Тоталитатя де елементе легате ын серие, ын паралел сау микст формязэ о батерие електрикэ.

Ла легаря ын серие борна позитивэ а примулуй елемент се лягэ ку борна негативэ а елементулуй ал дойля ш. а. м. д. (фиг. 5.41). Ну вом консидера аич легаря ын серие, кынд се унеск борнеле де ачелаш семн.

Резистенца интериоарэ а батерией ва фи егалэ ку сума резистенцелор интериоаре але тутурор елементелор:

$$r_{сер}=\sum_{i=1}^{n} r_i. \qquad (5.82)$$

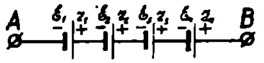
Ла фел щи форца електромотоаре а батерией ва фи егалэ ку сума форцелор електромотоаре але елементелор:

$$\mathscr{E}_{сер}=\sum_{i=1}^{n} \mathscr{E}_i. \qquad (5.83)$$

Дакэ тоате n елементе сынт идентиче ($\mathscr{E}_i=\mathscr{E}$, $r_i=r$), авем:

$$r_{сер}=nr, \qquad (5.84)$$

$$\mathscr{E}_{сер}=n\mathscr{E}. \qquad (5.85)$$



Фиг. 5.41

Курентул I, каре чиркулэ прин резистенца R унитэ ла борнеле батерией A ши B, се детерминэ дупэ лежя луй Ом пентру ун чиркуит ынкис

$$I_{сер}=\frac{n\mathscr{E}}{R+nr}. \qquad (5.86)$$

Дакэ ачастэ резистенцэ

унеште борнеле унуй сингур елемент, курентул, каре чиркулэ прин еа, ва фи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \qquad (5.87)$$

Кынд резистенца екстериоарэ есте микэ ($R \ll r$), дин формулеле (5.86) ши (5.87) обцинем:

$$I'_{сер} = \frac{\mathcal{E}}{r}, \qquad (5.88)$$

$$I'_1 \approx \frac{\mathcal{E}}{r}, \qquad (5.89)$$

де унде $I_{сер} \approx I'_1$.

Деч, курентул обцинут де ла батерие есте ачелаш ка ши чел обцинут де ла ун сингур елемент. Прин урмаре, ын ачест каз легаря ын серие а елементелор ну есте авантажоасэ. Ын казул контрар ($R \gg nr$) дин (5.86) ши (5.87) обцинем:

$$I''_{сер} \approx \frac{n\mathcal{E}}{R}, \qquad (5.90)$$

$$I''_1 \approx \frac{\mathcal{E}}{R}, \qquad (5.91)$$

де унде

$$I''_{сер} \approx nI''_1. \qquad (5.92)$$

Аша дар, ын ачест каз легаря ын серие а елементелор есте авантажоасэ, деоаречe интенситатя курентулуй обцинут де ла батерие есте директ пропорционалэ ку нумэрул елементелор, адикэ есте де n орь май маре декыт курентул обцинут де ла ун сингур елемент.

Ла легаря ын паралел тоате борнеле позитиве се унеск ынтре еле ши челе негативе ла фел, формынд астфел борна негативэ A ши борна позитивэ B а батерией (фиг. 5.42). Аич ну вом консидера легаря ынтре еле а борнелор де семн опус.

Дакэ тоате елементеле сынт идентиче ($\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$, $r_1 = r$), форца електромотоаре а батерией есте егалэ ку форца електромотоаре а унуй сингур елемент:

$$\mathcal{E}_{пар} = \mathcal{E}, \qquad (5.93)$$

яр резистенца ей интериоарэ се детерминэ дупэ формула

$$r_{пар} = \frac{r}{n}. \qquad (5.94)$$

Легынд борнеле батерией принтр'ун кондуктор ку резистенца R, курентул, каре чиркулэ прин кондуктор, конформ лежий луй Ом, ва фи:

$$I_{\text{пар}} = \frac{\mathscr{E}}{R + \frac{r}{n}}. \qquad (5.95)$$

Ын казул резистенцей екстериоаре марь ($R \gg r$) дин (5.95) авем:

$$I''_{\text{пар}} \approx \frac{\mathscr{E}}{R}. \qquad (5.96)$$

Компарынд (5.96) ши (5.91), путем скрие

$$I''_{\text{пар}} \approx I''_1. \qquad (5.97)$$

Прин урмаре, легаря ын паралел пентру резистенцеле марь ну е авантажоасэ, деоарече обцинем ачелаш курент ка ши ла фолосиря унуй сингур елемент.

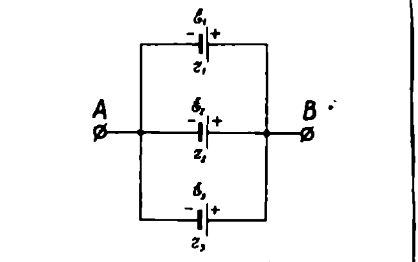
Дакэ резистенца екстериоарэ есте де мулте орь май микэ декыт резистенца интериоарэ а батерией $\left(R \ll \frac{r}{n}\right)$ дин формула (5.95) обцинем:

$$I'_{\text{пар}} \approx n\frac{\mathscr{E}}{r}. \qquad (5.98)$$

Компарынд (5.98) ши (5.89), путем траже конклузия кэ легаря ын паралел есте авантажоасэ ын ачест каз, деоарече курентул обцинут ку ажуторул батерией есте де n орь май маре декыт чел, каре поате фи обцинут, фолосинд ун сингур елемент:

$$I'_{\text{пар}} \approx nI'_1. \qquad (5.99)$$

Ла легаря ын паралел а елементелор ку ачеяш ФЕМ форца електромотоаре а батерией есте егалэ ку форца електромотоаре а унуй елемент (5.93). Дар ку че ва фи егалэ ФЕМ а батерией ла легаря ын паралел а елементелор ку диферите валорь але форцелор електромотоаре?



Фиг. 5.42

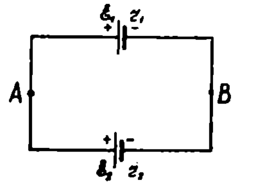
Дрепт екземплу сэ консидерэм доуэ елементе ку форцеле електромотоаре $\mathscr{E}_1$ ши $\mathscr{E}_2$ легате ын паралел (фиг. 5.43).

Прин аналожие ку о сурсэ де курент вом дефини ФЕМ а батерией ка диференца де потенциал динтре борнеле A ши B але батерией:

$$\mathscr{E} = \varphi_A - \varphi_B.$$

Ын параграфул урмэтор вом демонстра кэ:

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\mathscr{E}_1 r_2 + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}. \tag{5.100}$$



Фиг. 5.43

ши, прин урмаре:

$$\mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}_1 r_2 + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}. \tag{5.101}$$

Аич ам пресупус, кэ ши резистенцеле интериоаре але елементелор r_1 ши r_2 сынт диферите.

Резистенца интериоарэ а батерией

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{5.102}$$

Дакэ вом лега борнеле батерией A ши B (фиг. 5.43) ку о резистенцэ екстериоарэ R (фиг. 1.2), прин еа ва чиркула курентул

$$I = \frac{\mathscr{E}}{r+R} = \frac{\mathscr{E}_1 r_2 + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}. \tag{5.103}$$

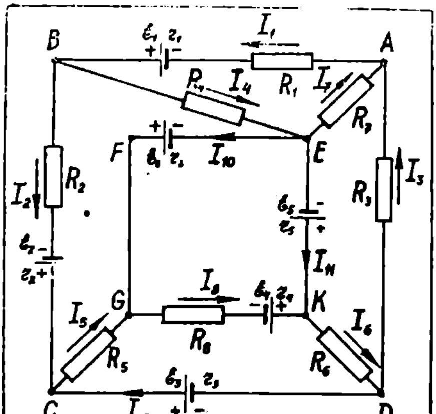
Аша дар, ла легаря ын парален а елементелор ку диферите ФЕМ, пентру детерминаря ФЕМ а батерией детерминэм диференца де потенциал динтре борнеле ей. Пентру резолваря ачестей проблеме е нечесар сэ куноаштем регулиле луй Кирхгоф.

§ 27. Регулиле луй Кирхгоф

Вом нуми реця електрикэ орьче чиркуит електрик компликат, каре концине диферите рамификэрь. Чиркуитул, репрезентат ын фиг. 5.42, поате фи нумит реця електрикэ, деоарече ын пунктеле A ши B ел се рамификэ. Ын фиг. 5.44 есте репрезентатэ о реця май компликатэ.

Орьче реця електрикэ поате фи привитэ ка о тоталитате де окюрь де реця. *Окь де реця* се нумеште чел май симплу контур, де екземплу, $ABEA$, $BEFGCB$, $EFGKE$ ш. а. (фиг. 5.44). Рецяуа репрезентатэ ын фиг. 5.44 аре ын тотал 5 окюрь. Ын

афарэ де челе 3 енумерате май сус авем ынкэ доуэ окюрь: *DKGCD* ши *AEKDA*. Сэ нотэм прин k нумэрул окюрилор ($k=5$). Орьче пункт де рамификацие се нумеште *нод де реця*. Ын рецяуа дин фиг. 5.44 сынт 7 нодурь: *A, B, C, D, E, G* ши *K*. Пунктул *F* ну есте нод, деоарече курентул I_{10}, ажунгынд ын ачест пункт, ну се рамификэ. Сэ нотэм прин m нумэрул нодурилор ($m=7$). Де обичей, форцеле електромотоаре ши резистенцеле сынт мэримь куноскуте, яр мэримь некуноскуте вор фи валориле интенситэцилор куренцилор $I_1, I_2, \ldots, I_{11}$. Сэ нотэм прин l нумэрул мэримилор некуноскуте ($l=11$). Пентру а резолва проблема требуе сэ компунем l екуаций. Ын ачест скоп се апликэ регулиле луй Кирхгоф.



Фиг. 5.44

1. Апликынд прима регулэ а луй Кирхгоф, путем скрие $m-1$ екуаций. Ачастэ регулэ се реферэ ла орьче нод ал рецелей ши еа поате фи формулатэ астфел: *сума куренцилор, каре ынтрэ ынтр'ун анумит нод, есте егалэ ку сума куренцилор, че есе дин ачест нод:*

$$I_1+I_2+\ldots=I_1'+I_2'+\ldots . \tag{5.104}$$

Ачастэ регулэ се експликэ прин фаптул кэ нич ынтр'ун пункт ал чиркуитулуй сарчина ну поате сэ диспарэ сау сэ се креезе, адикэ сарчина, каре ынтрэ ын нод, есте егалэ ку сарчина че есе дин ел (лежя консервэрий сарчиний електриче):

$$q_1+q_2+\ldots=q_1'+q_2'+\ldots . \tag{5.105}$$

Ымпэрцинд (5.105) ла интервалул де тимп Δt, обцинем (5.104). Де екземплу, пентру нодул *A* авем: $I_7+I_3=I_1$, яр пентру нодул *K* авем: $I_8+I_{11}=I_6$. Дин прима регулэ а луй Кирхгоф компунем екуаций пентру тоате нодуриле, ын афарэ де унул. Дакэ вом скрие ши пентру ачест нод екуация (5.104), еа ва репрезента о комбинацие а примелор ($m-1$) екуаций. Прин урмаре, еа поате фи фолоситэ нумай пентру верификаря резултателор. Сенсул реал ал унор куренць ын чиркуит поате фи стабилит нумай дупэ резолваря проблемей. Дин ачастэ каузэ ла ынчепут

ориентэм ачешть куренць ын мод арбитрар. Дакэ дупэ резолваря системулуй де екуаций обцинем ун курент негатив, ачаста ынсямнэ, кэ ын реалитате курентул аре сенс опус челуй алес де ной.

2. Регула а доуа а луй Кирхгоф есте о консечинцэ а лежий луй Ом: *сума алжебрикэ а форцелор електромотоаре де-а лунгул орькэруй контур (чиркуит) ынкис есте егалэ ку сума алжебрикэ а кэдерилор де тенсиуне де-а лунгул ачелуяш контур:*

$$\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\ldots=I_1R_1+I_2R_2+\ldots\ . \tag{5.106}$$

Пентру а компуне екуацииле (5.106) май ынтый алежем арбитрар дирекция, ын каре вом паркурже фиекаре контур: ын дирекция мишкэрий ачелор де часорник сау ын дирекцие опусэ. Форца електромотоаре се я ку семнул плус, дакэ ла паркуржеря контурулуй тречем де ла борна негативэ а сурсей ла чя позитивэ. Ын каз контрар се я ку семнул минус. Сэ луэм, де екземплу, контурул *EFGKE* (ординя литерелор аратэ, кэ контурул ыл вом паркурже ын дирекция опусэ мишкэрий ачелор де часорник). Конформ челор спусе, (ФЕМ) $\mathcal{E}_5$ се ва луа ку семнул минус, яр $\mathcal{E}_4$ ши $\mathcal{E}_6$ — ку семнул плус. Интенситатя курентулуй, деч ши тенсиуня се консидерэ позитивэ, дакэ сенсул курентулуй коинчиде ку дирекция де паркуржере а контурулуй. Пентру контурул *EFGKE* продуселе $I_{10}r_6$, I_8R_8 ши I_8r_4 се яу ку семнул плус, яр $I_{11}r_5$ — ку семнул минус. Астфел, регула а доуа пентру контурул *EFGKE* се поате скрие суб форма:

$$\mathcal{E}_4-\mathcal{E}_5+\mathcal{E}_6=I_8R_8+I_8r_4-I_{11}r_5+I_{10}r_6. \tag{5.107}$$

Скриинд екуацииле (5.106) пентру фиекаре окь де реця, ам обцинут ынкэ k екуаций. Пентру а резолва ун систем де екуаций е нечесар ка нумэрул де екуаций дин ачест систем сэ фие егал ку нумэрул некуноскутелор:

$$k+m-1=l. \tag{5.108}$$

Пентру рецяуа дин фиг. 5.44 ($k=5$, $m=7$, $l=11$) ачастэ кондицие есте сатисфэкутэ.

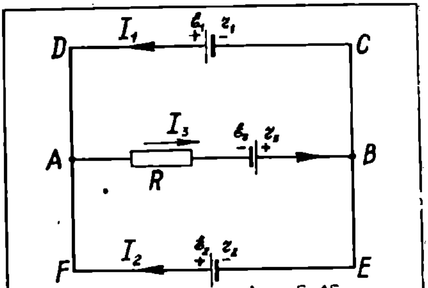
◆ **Проблема 5.13.** Сэ се детермине интенситэциле куренцилор, каре чиркулэ прин рецяуа електрикэ, репрезентатэ ын фиг. 5.45. Форцеле електромотоаре $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ ши $\mathcal{E}_3$ але сурселор де курент, резистенцеле лор интериоаре r_1, r_2, r_3 ши резистенца R сэ се консидере мэримь куноскуте.

Резолваре. Ачастэ реця есте алкэтуитэ дин доуэ окюрь ($k=2$): $ABCDA$ ши $ABEFA$; аре доуэ нодурь ($m=2$): A ши B. Прин урмаре, путем алкэтуи 3 екуаций ($k+m-1=3$). Мэримь некуноскуте авем де асеменя трей: I_1, I_2 ши I_3. Алежем сенсул куренцилор ын мод арбитрар.

Апликэм прима регулэ а луй Кирхгоф пентру унул дин нодуриле рецелей, деоарече $m-1=1$.

Де екземплу, пентру нодул A авем:

$$I_1+I_2=I_3. \qquad (1)$$



Фиг. 5.45

Дакэ вом паркурже окюл де реця $ABCDA$ ын дирекция опусэ дирекцией мишкэрий ачелор де часорник, регула а доуа а луй Кирхгоф пентру ачест контур ва фи:

$$\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_3=I_1r_1+I_3R+I_3r_3. \qquad (2)$$

Паркургынд окюл де реця $ABEFA$ ын дирекция мишкэрий ачелор де часорник, путем скрие:

$$\mathscr{E}_2+\mathscr{E}_3=I_2r_2+I_3R+I_3r_3. \qquad (3)$$

Резолвынд ачест систем де екуаций, обцинем:

$$I_1=\frac{r_2(\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_3)+(r_3+R)(\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2)}{r_1r_2+(r_3+R)(r_1+r_2)}. \qquad (4)$$

$$I_2=\frac{r_1(\mathscr{E}_2+\mathscr{E}_3)+(r_3+R)(\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1)}{r_1r_2+(r_3+R)(r_1+r_2)}. \qquad (5)$$

$$I_3=\frac{\mathscr{E}_3(r_1+r_2)+\mathscr{E}_1r_2+\mathscr{E}_2r_1}{r_1r_2+(r_3+R)(r_1+r_2)}. \qquad (6)$$

Ачесте результате пот фи верификате, фолосинд симетрия рецелей електриче. Сурселе де курент $\mathscr{E}_1$ ши $\mathscr{E}_2$ сынт симетриче. Деачея интенситатя I_2 требуе сэ се обцинэ дин I_1 прин пермутаря индичилор $1 \rightleftarrows 2$, яр интенситатя I_3 требуе сэ рэмынэ нескимбатэ ын урма ачестей пермутэрь. Формулеле (4), (5) ши (6) конфирмэ ачастэ конклузие.

Нотэ. Пентру а резолва ачастэ проблемэ путем компуне екуацинле, че репрезинтэ регула а доуа а луй Кирхгоф пентру унул дин окюриле

де реця фолосите май сус ши пентру контурул *DCEFD*. Пентру ачест контур авем:

$$\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1=I_2r_2-I_1r_1. \qquad (7)$$

Нумай доуэ дин екуацииле (2), (3) ши (7) сынт нечесаре пентру а резолва проблема. Яр чя рэмасэ дин еле поате фи фолоситэ пентру а верифика резултатул обцинут. Ынтр'адевэр, ынлокуинд (4) ши (5) ын (7), обцинем идентитатя: $\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1$.

Фолосинд нумай екуацииле (2), (3) ши (7) ну путем резолва проблема, дешн авем 3 екуаций ши 3 вариабиле. Анч май есте нечесарэ ши екуация (1), деоарече уна дин екуацииле (2), (3) ши (7) есте о консечинцэ а челорлалте 2 екуаций.

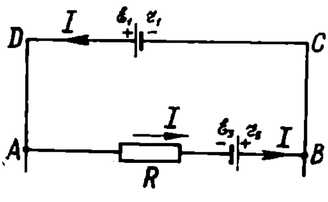
Курентул I_3 есте позитив пентру орьче валорь але мэримилор (6), адикэ курентул I_3 аре дирекция, индикатэ ын фиг. 5.45. Астфел, сурса $\mathscr{E}_3$ ефектуязэ ун лукру позитив, деоарече курентул ын чиркуитул екстериор ал ей чиркулэ де ла борна позитивэ спре чя негативэ.

Нотэ. Ын рецяуа електрикэ дин фиг. 5.45 батерия алкэтуитэ дин елементеле $\mathscr{E}_1$ ши $\mathscr{E}_2$ (ФЕМ а ей есте детерминатэ де формула 5.115) ши елементул $\mathscr{E}_3$ пот фи консидерате легате ын серие. Резистенца *R* репрезинтэ чиркуитул екстериор. Конформ лежий луй Ом пентру ун чиркуит ынкис авем

$$I_3=\frac{\mathscr{E}+\mathscr{E}_3}{(r+r_3)+R}.$$

Субституинд 5.101 ши 5.102 ын ачастэ формулэ, обцинем дин ноу (6).

Унул дин куренций I_1 ши I_2 поате фи ши негатив: ын чиркуитул екстериор ал сурсей кореспунзэтоаре курентул чиркулэ де ла борна негативэ спре чя позитивэ. Ын аша каз сурса ефектуязэ ун лукру негатив, адикэ акумулязэ енержие (ын казул акумулаторулуй се поате спуне, кэ ел се ынкаркэ). Де екземплу, сурса $\mathscr{E}_2$ ва ефектуа ун лукру негатив, кынд форца ей електромотоаре ва фи май микэ декыт диференца де потенциал ынтре пунктеле *A* ши *B* пынэ ла конектаря ын чиркуит а сурсей $\mathscr{E}_2$ (фиг. 5.46).



Фиг. 5.46

Пентру а афла диференца де потенциал $U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$ калкулэм май ынтый интенси-

татя курентулуй дин ачест чиркуит. Апликынд регула а доуа а луй Кирхгоф, авем:

$$\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_3=Ir_1+IR+Ir_3, \tag{8}$$

де унде

$$I=\frac{\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_3}{r_1+r_3+R}. \tag{9}$$

Апликынд лежя луй Ом пентру о порциуне де чиркуит, каре концине о сурсэ де курент, путем скрие:

$$U_{AB}=\mathscr{E}_1-IR_1=\frac{\mathscr{E}_1(r_3+R)-r_1\mathscr{E}_3}{r_1+r_3+R}. \tag{10}$$

Деч, курентул I_2 ва фи негатив, дакэ

$$\mathscr{E}_2<\frac{\mathscr{E}_1(r_3+R)-r_1\mathscr{E}_3}{r_1+r_3+R}. \tag{11}$$

Ачелаш резултат обцинем дин кондиция $I_2<0$, апликатэ ла формула (5).

Дакэ ын формулеле (4), (5) ши (6) вом пуне $\mathscr{E}_3=0$, $r_3=0$, вом обцине резултателе, каре кореспунд рецелей дин капитолул ынтый (фиг. 1.2).

Формула (5.100) поате фи обцинутэ дин формула (10), пунынд ын еа $\mathscr{E}_3=-\mathscr{E}_2$, $R=0$ ши $r_3=r_2$, деоарече ын ачест каз чиркуитул репрезентат ын фиг. 5.46 се трансформэ ын чел дин фиг. 5.43. Чиркуитул дин фиг. 5.43 поате фи обцинут дин чиркуитул 5.45, дакэ $R\to\infty$. Ын ачест каз дин (4), (5) ши (6) обцинем:

$$I_1=\frac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2}{r_1+r_2},\quad I_2=\frac{\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1}{r_1+r_2},\quad I_3=0.$$

Дакэ вом пресупуне, кэ $\mathscr{E}_1>\mathscr{E}_2$, атунч $I_1>0$ ши $I_2<0$, $|I_1|=|I_2|$, адикэ сурса $\mathscr{E}_2$ ефектуязэ ун лукру негатив пентру орьче валорь але резистенцелор интериоаре.

Деч, ши ын липса чиркуитулуй екстериор ($R\to\infty$ ши ну $R=0$) ын батерия дин елементе ку диферите *ФЕМ*, легате ын паралел, чиркулэ куренць ши аре лок о пердере де енержие суб формэ де кэлдурэ, консуматэ пентру ынкэлзиря елементелор: $I^2(r_1+r_2)t$. Прин урмаре, ачест мод де легаре а сурселор де курент, каре ау диферите ФЕМ ну е авантажос ши ла легаря ын паралел се фолосеск нумай сурсе, каре ау *ФЕМ* идентиче.

§ 28. Лежя луй Жоул—Ленц

Кантитатя де кэлдурэ Q, пе каре о дегажэ ун кондуктор ку резистенца R, паркурс де курентул I, поате фи детерминатэ дупэ уна дин урмэтоареле трей формуле:

$$Q = IUt, \tag{5.109}$$

$$Q = I^2Rt, \tag{5.110}$$

$$Q = \frac{U^2}{R}t, \tag{5.111}$$

унде U есте кэдеря де тенсиуне пе кондуктор, яр t — интервалул де тимп. Каре дин ачесте формуле се фолосеште ын казурь конкрете? Де екземплу, авем доуэ спирале ку резистенцеле R_1 ши R_2 ($R_1 > R_2$). Каре дин еле требуе фолоситэ ла конфекционаря унуй ынкэлзитор електрик де о путере май маре?

Путеря курентулуй есте егалэ ку рапортул $\frac{Q}{t}$.

$$P = IU. \tag{5.112}$$

$$P = I^2R. \tag{5.113}$$

$$P = \frac{U^2}{R}. \tag{5.114}$$

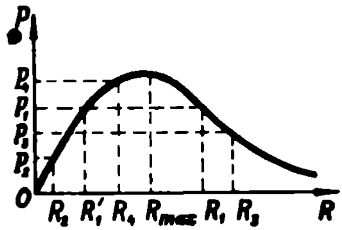
Десеорь путем ынтылни урмэторул рэспунс: ла легаря кондуктоарелор ын серие фолосим формула (5.113), яр ла легаря лор ын паралел — формула (5.114). Дар ачастэ афирмацие аре сенс нумай ын казул, кынд е ворба деспре компарация кантитэцилор де кэлдурэ (а путерилор) дегажате де дифериць кондукторь, че сынт конектаць симултан ын ачелаш чиркуит. Ынсэ ын казул де фацэ сынтем невоиць сэ резолвэм алтэ проблемэ: кум депинде P де R ши пентру че резистенцэ (R_1 сау R_2) кантитатя де кэлдурэ ва фи май маре. Пентру а рэспунде ла ачесте ынтребэрь, нич уна дин формулеле (5.112), (5.113) ши (5.114) ну е потривитэ, деоарече мэримиле I ши U депинд ши еле де резистенца R. Авем невое де о формулэ, ын каре тоате мэримиле, ын афарэ де P ши R, сэ фие константе.

◆ **Проблема 5.14.** Ун решоу е конектат ла о сурсэ де курент ку резистенца интериоарэ r. Резистенца кондуктоарелор де легэтурэ есте егалэ ку R_0. Пентру че резистенцэ R а спиралей решоулуй путеря дегажатэ ын ел ва фи максимэ?

Резолваре. Конформ формулей (5.113) ши лежий луй Ом пентру ун чиркуит ынкис путеря консуматэ де спиралэ ва фи:

$$P = I^2R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r+R_0+R)^2}, \qquad (1)$$

унде $\mathcal{E}$ есте форца електромотоаре а сурсей де курент. Тоате мэримиле дин партя дряптэ а формулей (1) сынт константе, ын афарэ де резистенца R. Дакэ R тинде кэтре зеро сау инфинит, ын амбеле казурь P тинде кэтре зеро. Де аич путем траже конклузия кэ екзистэ чел пуцин о валоаре а луй R, пентру каре путеря P есте максимэ, деоарече еа ну поате фи негативэ. Графикул депенденцей P де R есте репрезентат ын фиг. 5.47.



Фиг. 5.47

Путеря P ва фи максимэ пентру $R = R_{max} = R_0 + r$.

$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4(R_0+r)}. \qquad (2)$$

Дин доуэ резистенце ($R_1 > R_2$), пентру а обцине путеря решоулуй май маре, требуя сэ алежем резистенца R_1, деоарече $P_1 > P_2$ (фиг. 5.47). Яр дин челелалте доуэ R_3 ши R_4 требуе сэ алежем R_4, деши $R_4 < R_3$. Есте ку тотул грешитэ пэреря, кэ ын примул каз се поате фолоси формула (5.113), яр ын ал дойля — формула (5.114). Есте евидент, кэ аич аре лок о симплэ коинчиденцэ, деоарече атыт I ын примул каз, кыт ши U ын казул ал дойля ну сынт мэримь константе. Пентру $R_0 = 0$ авем $R_{max} = r$ ши вом обцине о путере максимэ

$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}. \qquad (3)$$

Одатэ ку крештеря резистенцей R_0 а кондуктоарелор де легэтурэ максимул графикулуй 5.47 се депласязэ ла дряпта. Деч, ку кыт ва фи май маре резистенца сырмелор, ку атыт май маре требуе луатэ ши резистенца R а спиралей. Валоаря путерий ын ачест каз дескреште конформ формулей (2) ши девине егалэ ку зеро пентру $R_0 \rightarrow \infty$, чея че кореспунде чиркуитулуй дескис (ынтрерупт).

Дакэ пентру доуэ резистенце диферите (де екземплу, $R'_1<R_1$) путеря консуматэ де решоу есте ачеяш (фиг. 5.47), атунч май економикоасэ ва фи резистенца, пентру каре рандаментул решоулуй η ва фи май маре. Дупэ дефиниције

$$\eta=\frac{P}{P_т}, \tag{4}$$

унде путеря консуматэ ын тот чиркуитул

$$P_т=I^2(r+R_0+R)=\frac{\mathcal{E}^2}{r+R_0+R}. \tag{5}$$

Субституинд (1) ши (5) ын (4), обцинем:

$$\eta=\frac{R}{r+R_0+R}. \tag{6}$$

Дин ачастэ формулэ е клар кэ рандаментул креште монотон де ла зеро ($R=0$) пынэ ла унитате ($R=\infty$) ши, прин урмаре, динтре резистенцеле R'_1 ши R_1 май економикоасэ есте R_1.

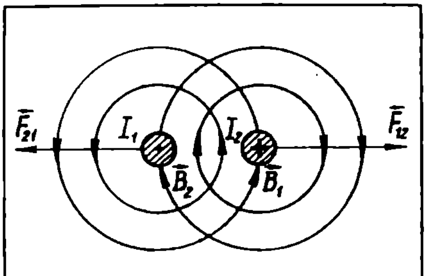
§ 29. Интеракциуня магнетикэ а куренцилор

Пентру а да ун рэспунс комплект ла ынтребаря деспре интеракциуня магнетикэ а куренцилор ну е суфичиент сэ куноаштем нумай материя дин параграфул кореспунзэтор, унде се констатэ фаптул, кэ доуэ кондуктоаре, прин каре чиркулэ куренць де сенсурь опусе, се респинг, яр ын казул куренцилор де ачелаш сенс кондуктоареле се атраг.

Пентру примул параграф ал капитолулуй дин мануал есте суфичиентэ ачастэ информацие, дар еа ну поате серви ка ун рэспунс комплект ла ынтребаря «Интеракциуня магнетикэ а куренцилор». Пробабил, мулць елевь ышь пун ынтребаря: де че сарчиниле де ачелаш семн се респинг, яр кондуктоареле паркурсе де куренць де ачелаш сенс се атраг. Астфел ачесте афирмаций ле трезеск елевилор ындоель. Деч, афирмацииле менционате нечеситэ о верификаре. Чя май сигурэ методэ де верификаре есте експериментул, дар се поате демонстра ши пе кале теоретикэ. Е клар, кэ пентру ачаста сынтем невоиць сэ фолосим алте фапте експериментале.

М е т о д а I. Фие амбеле кондуктоаре перпендикуларе пе планул пажиний. Ын фиг. 5.48 сынт репрезентате секциуниле трансверсале але кондуктоарелор. Ын кондукторул дин стынга курентул чиркулэ спре ной (ын чентру секциуний ведем выр-

фул сэжеций че индикэ сенсул курентулуй), яр ын кондукторул дин дряпта курентул плякэ де ла ной (ын секциуня кондукторулуй ведем коада сэжеций). Интеракциуня ачестор дой куренць поате фи консидератэ ка акциуня кымпулуй магнетик $\vec{B}_1$, креат де примул курент I_1 асупра курентулуй ал дойля I_2 ши акциуня кымпулуй магнетик $\vec{B}_2$, креат де курентул I_2 асупра курентулуй I_1.



Фиг. 5.48

Апликынд регула бургиулуй, детерминэм дирекция векторулуй индукцией магнетиче $\vec{B}_1$ ын локул, унде е ситуат кондукторул ал дойля ши дирекция индукцией $\vec{B}_2$ ын локул, унде е ситуат кондукторул ынтый.

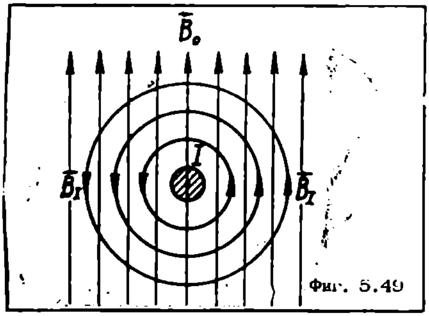
Апликынд регула мыний стынжь, детерминэм дирекция форцелор $\vec{F}_{12}$ ши $\vec{F}_{21}$ де акциуне а унуй курент прин интермедиул кымпулуй сэу магнетик асупра алтуй курент. Астфел, кондуктоареле, прин каре чиркулэ куренць де сенсурь опусе, се респинг (фиг. 5.48). Ын мод аналог се поате демонстра, кэ скимбынд сенсул курентулуй ын унул дин кондуктоаре, ачестя се вор атраже.

Метода II. Сэ ведем че се ынтымплэ, дакэ ынтродучем ун кондуктор паркурс де курент ынтр'ун кымп магнетик оможен (фиг. 5.49) ку индукция $\vec{B}_0$.

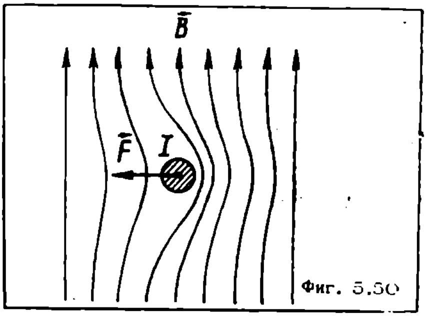
Индукция $\vec{B}_1$ а кымпулуй магнетик, креат де кондуктор, есте вариабилэ ын спациу ши ка дирекцие, ши ка модул. Ын партя дряптэ а кондукторулуй индукция $\vec{B}$ а кымпулуй магнетик резултант ва фи май маре декыт ын партя стынгэ, деоарече мэримиле $\vec{B}_0$ ши $\vec{B}_1$ се адунэ ка доуэ мэримь векториале. Деачея линииле де индукцие магнетикэ дин партя дряптэ а кондукторулуй вор фи май десе декыт челе дин партя стынгэ а луй (фиг. 5.50).

Дирекция форцей $\vec{F}$, ку каре кымпул магнетик $\vec{B}_0$ акционязэ асупра курентулуй I, поате фи стабилитэ ку ажуторул регулий мыний стынжь. Пе де алтэ парте, привинд фиг. 5.50,

путем траже урмэтоаря конклузие: асупра кондукторулуй ситуат ынтр'ун кымп магнетик акционязэ о форцэ ориентатэ ын дирекция, унде линииле де индукцие але кымпулуй магнетик резултант сынт май раре. Ын спациул динтре кондукторий 1 ши 2 (фиг. 5.48) векторий $\vec{B}_1$ ши $\vec{B}_2$ ау ачеяш дирекцие ши кымпул резултант $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$ ва фи май маре анч декыт ла дряпта кондукторулуй ал дойля сау ла стынга примулуй кондуктор,



Фиг. 5.49



Фиг. 5.50

унде ачешть векторь ау дирекций опусе. Деч, линииле де индукцие магнетикэ сынт май десе ынтре кондуктоаре, яр форцеле $\vec{F}_{12}$ ши $\vec{F}_{21}$ ынтр'адевэр ау дирекцииле индикате ын фиг. 5.48.

§ 30. Лежя индукцией електромагнетиче: о леже сау о регулэ?

Ауторий кэрций «Физика для поступающих в вузы», «Наука», М., 1978 (Е. И. Бутиков, А. А. Быков ши А. С. Кондратьев) ау нумит лежя индукцией електромагнетиче

$$\mathscr{E}_i=-k\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (5.115)$$

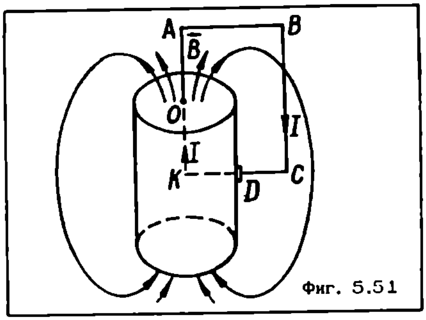
регулэ а флуксулуй (паж. 256).

Сэ ведем, кум ау ажунс ауторий ла ачастэ конклузие. Ей ау фост индушь ын ероаре де урмэтоареле доуэ екземпле.

1. Индукторул униполар (фиг. 5.51).

Кадрул металик *OABCD* се ротеште ын журул аксей *OA* (привинд дин пунктул *A* спре *O*, ведем ротация ын дирекция опусэ мишкэрий ачелор де часорник). Апликынд регула мыний стынжь, путем демонстра, кэ асупра сарчинилор дин порциуниле *AB*, *BC* ши *CD* акционязэ форца Лоренц ын аша дирекцие,

ынкыт курентул де индукцие I аре сенсул индикат ын фигурэ. Кадрул $OABCD$ ымпреунэ ку контурул OKD дин интериорул магнетулуй формязэ *ун контур ынкис*. Флуксул магнетик прин супрафаца ачестуй контур есте ын орьче момент егал ку зеро, деоарече линииле векторулуй де индукцие магнетикэ $\vec{B}$ се афлэ ын планул ачестуй контур пентру орьче позицие а луй. Деч, вариация флуксулуй магнетик ши, прин урмаре, ФЕМ де индукцие, конформ формулей 5.115, сынт егале ку зеро. Ын реалитате ынсэ курентул де индукцие I ши, прин урмаре, продусул RI, адикэ ФЕМ де индукцие сынт диферите де зеро, деоарече форца Лоренц ла ротация контурулуй креазэ курентул I диферит де зеро. Дин ачастэ «контрадикцие» аутори траг конклузия, кэ лежя индукцией електромагнетиче есте о регулэ (регула флуксулуй!). Кувынтул контрадикцие л-ам луат ын гилимеле, деоарече нич ун фел де контрадикцие ну екзистэ. Пур ши симплу ауторий ау комис о грешалэ ла интерпретаря лежий индукцией електромагнетиче. Кынд тотул е ын регулэ, се май поате симплифика формуларя уней лежь анумите (ын мануал лежя е формулатэ ку о симплификаре оарекаре). Ынсэ дакэ апар «контрадикций», е нечесар ка ынаинте де а спуне кэ лежя ну е коректэ требуе сэ не адресэм май ынтый ла формуларя комплектэ а ачестей лежь.



Фиг. 5.51

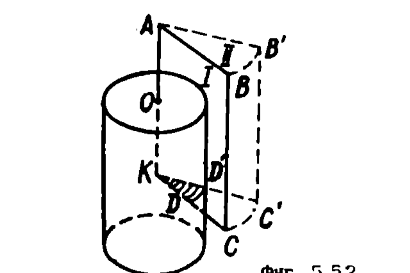
Лежя индукцией електромагнетиче поате фи формулатэ коректь ын фелул урмэтор: ***ФЕМ де индукцие ынтр'ун контур ынкис есте егалэ ка модул ку модулул витезей вариацией флуксулуй де индукцие магнетикэ принтр'о супрафацэ мэржинитэ де контурул алкэтуит дин ачеляшь пункте материале але медиулуй.***

Ауторий н'ау цинут конт де фаптул кэ контурул требуе сэ фие алкэтуит дин ачеляшь пункте материале але медиулуй. Сэ демонстрэм кэ дакэ вом луа ын консидерацие ачест лукру, атунч нич ун фел де контрадикций ну вор апэря ши лежя ва рэмыне лежe.

Фие I есте позиция кадрулуй $ABCD$ ын моментул t, яр II — позиция луй ын моментул $t+\Delta t$ (фиг. 5.52).

Ын моментул t контурул ынкис ера алкэтуит дин пунктеле материале, ситуате де-а лунгул контурулуй $OABCDKO$. Ачеляшь

пункте материале ын моментул $t+\Delta t$ алкэтуеск контурул ынкис $OAB'C'D'DKO$ (контурул есте ынкис ку аркул инфинит де мик DD'). Ын моментул t флуксул Φ_0 прин супрафаца контурулуй $OABCDKO$ ера егал ку зеро, яр ын моментул $t+\Delta t$ флуксул де индукцие магнетикэ Φ прин супрафаца контурулуй $OAB'C'D'DKO$ ва фи диферит де зеро ши егал ку флуксул прин секторул чиркулар DKD'. Прин урмаре, вариация флуксулуй $\Delta\Phi=\Phi$ е диферитэ де зеро ши, конформ формулей 5.115, ФЕМ де индукцие есте ши еа диферитэ де зеро. Аша дар, ачест екземплу ну нумай кэ ну есте ын контрадикцие ку формула 5.115, дар пе база ачаста ынкэ о датэ путем траже конклузия кэ лежя индукцией електромагнетиче есте о леже универсалэ.

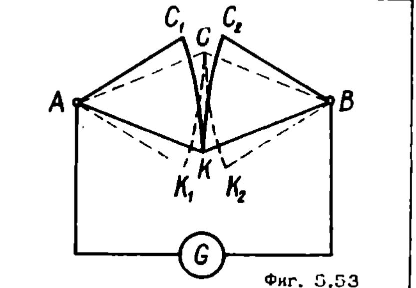


Фиг. 5.52

Ши май воалатэ есте грешала дин екземплул ал дойля дин картя менционатэ май сус.

2. Доуэ плэчь металиче ку маржиниле C_1K ши C_2K пуцин ындоите, ын позиция инициалэ ау ун пункт де контакт K (фиг. 5.53), яр ын пунктеле A ши B сынт уните ку ун галванометру G.

Контурул $AKBGA$ есте ынкис. Дакэ вом роти плэчиле ын журул пунктелор A ши B, пунктул де контакт ал лор се ва мута ын C. Тоатэ инсталация есте ситуатэ ынтр'ун кымп магнетик перпендикулар плэчилор. Ла ротиря плэчилор, кынд пунктул де контакт се ва мута дин K ын C, ария контурулуй ынкис ва вария ку о мэриме егалэ ку ария фигурий $ACBK$. Прин урмаре, вариация флуксулуй де индукцие магнетикэ прин супрафаца контурулуй ва фи о мэриме консидерабилэ ши конформ формулей (5.115) прин галванометру ар требуи сэ трякэ курент. Ын реалитате ынсэ галванометрул ва индика ун курент нул. Ауторий експликэ ачаста прин фаптул кэ ла ротиря плэчилор витеза електронилор ва фи микэ, деоарече деплсаря пунктулуй де контакт ал плэчилор дин пози-



Фиг. 5.53

ция K ын C аре лок ла ротация плэчилор ку ун унгь фоарте мик. Деч, форца Лоренц ва фи микэ ши курентул де индукцие практик ва фи егал ку зеро. Ну путем сэ ну фим де акорд ку ачастэ експликацие. Ауторий, ынсэ, ка ши ын примул каз, ау комис о грешалэ ла алежеря контурулуй ынкис. Ын позиция инициалэ контурул ынкис а фост алкэтуит де пунктеле материале, ситуате де-а лунгул контурулуй жеометрик $AKBGA$. Дупэ ротире ачесте пункте формязэ контурул дескис K_1AGBK_2. Ынкизынд ачест контур прин порциунниле де контур K_1C ши K_2C, обцинем контурул ынкис AK_1CK_2BGA. Ария супрафецей мэржините де ачест контур практик есте егалэ ку ария супрафецей мэржините де контурул инициал $AKBGA$. Вариация флуксулуй де индукцие магнетикэ есте егалэ ку зеро, яр конформ формулей (5.115) авем $\mathcal{E}_i=0$.

6 ФИЗИКА АТОМИКЭ ШИ НУКЛЕАРЭ

§ 31. Детерминаря дименсиунилор нуклеулуй атомик

Ын мануал есте калкулатэ апроксиматив сарчина, пе каре ар требуи с'о айбэ ун нуклеу ку раза $R = 10^{-8}$ чм, ка партикула α, ажунгынд ла хотарул нуклеулуй, сэ поатэ фи опритэ, пе урмэ арункатэ ынапой даторитэ интеракциуний кулониене динтре ачесте сарчинь (фиг. 6.1). Пентру сарчина нуклеулуй ын аша каз с'а обцинут о сарчинэ енормэ ын компарацие ку сарчина електронулуй. ·

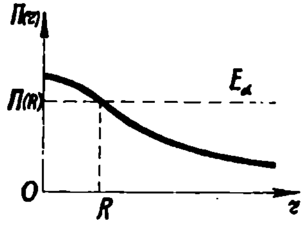
Ын фиг. 6.1 есте репрезентат графикул енержией потенциале де интеракциуне динтре нуклеу ши партикула α ын функцие де дистанца динтре ачастэ партикулэ (консидератэ пунктиформэ) ши чентрул нуклеулуй. Нуклеул есте консидерат о сарчинэ позитивэ некуноскутэ q_0, дистрибуитэ униформ (ку денситатя де волум константэ) ын волумул сферей де разэ R.

Пентру ка партикула α, авынд сарчина q, сэ се опряскэ ла хотарул нуклеулуй ($r = R$), е нечесар ка енержия потенциалэ $П(R)$ сэ фие егалэ ку енержия чинетикэ а партикулей α

$$П(R) = Ч_\alpha$$

сау

$$\varphi(R) q_\alpha = Ч_\alpha. \qquad (6.1)$$



Фиг. 6.1

Конформ формулей (5.30)

$$\varphi(R) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (6.2)$$

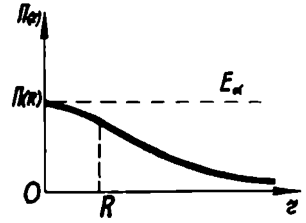
Енержия чинетикэ а партикулей α депинде де маса ши витеза ей:

$$Ч_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}. \qquad (6.3)$$

Субституинд (6.2) ши (6.3) ын (6.1), обцинем:

$$q_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 R m_\alpha v_\alpha^2}{q_\alpha}. \qquad (6.4)$$

Ынсэ ну се екслуде посибилитатя ка партикула α, ажунгынд ла хотарул нуклеулуй, сэ айбэ о енержие чинетикэ май маре декыт зеро, сэ ынтре ын нуклеу ши сэ фие опритэ ундева ын интериорул луй, апой арункатэ ынапой. Е клар, кэ пентру ачаста сарчина нуклеулуй q требуе сэ фие май микэ декыт q_0. Пентру симплитате сэ пресупунем, кэ, ынтрынд ын нуклеу, партикула α а ажунс пынэ ла чентрул луй, унде а фост опритэ (фиг. 6.2).



Фиг. 6.2

Конформ формулей (5.33) потенциалул ын чентрул нуклеулуй ($r=0$, $\varepsilon=\varepsilon_м=1$) ва фи:

$$\varphi(0) = \frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (6.5)$$

Субституинд (6.5) ын лок де $\varphi(R)$ ын формула (6.1), ши, цинынд конт де (6.3), обцинем:

$$q = \frac{4\pi\varepsilon_0 R m_\alpha v_\alpha^2}{3q_\alpha}. \qquad (6.6)$$

Компарынд формулеле (6.4) ши (6.6), авем:

$$q = \frac{2}{3} q_0. \qquad (6.7)$$

Деч, ши ын ачест каз сарчина нуклеулуй требуе сэ фие фоарте маре ын рапорт ку сарчина адевэратэ а нуклеулуй.

§ 32. Примул постулат ал луй Бор

Конформ ачестуй постулат, атомул есте стабил ши се поате афла ун тимп ынделунгат ынтр'о *старе стационарэ*, дакэ ну есте ексчитат. Дар поате оаре ун систем дин доуэ партикуле, уна позитивэ (нуклеул) ши алта негативэ (електронул) сэ фие стабил, адикэ електронул сэ ну кадэ пе нуклеу? Пентру а рэс-

пунде ла ачастэ ынтребаре, вом фолоси фаптул кэ орьче систем се афлэ ын екилибру стабил, кынд енержия луй потенциалэ есте минимэ. Дин физика класикэ реесе кэ системул алкэтуит дин доуэ партикуле ынкэркате ку сарчинь де семн опус аре енержия потенциалэ минимэ ла апропиеря ачестор доуэ сарчинь пынэ ла дистанца егалэ ку зеро. Пентру обьектеле куантиче, де екземплу, пентру електрон, протон, нуклеу ш. а. требуе сэ фие минимэ енержия лор, дар ну енержия потенциалэ.

Дакэ вом пресупуне, кэ нуклеул есте имобил, атунч енержия тоталэ а системулуй електрон — нуклеу ва фи:

$$E=\frac{mv^2}{2}-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}+E_1+E_2. \qquad (6.8)$$

Примул термен репрезинтэ енержия чинетикэ а електронулуй, ал дойля термен — енержия потенциалэ де интеракциуне динтре електрон ши нуклеу. Ын ачест термен Ze есте сарчина нуклеулуй. Аич консидерэм ун каз женерал де интеракциуне. Пентру интеракциуня кулониянэ $\alpha=1$. Ултимий дой термень дин (6.8) репрезинтэ енержииле проприй але електронулуй ши нуклеулуй. Ачесте мэримь сынт константе ши ну депинд де витеза електронулуй сау де дистанца r динтре електрон ши нуклеу. Фолосинд регула де куантификаре а луй Бор ($mvr=n\hbar$), примул термен дин формула (6.8) поате фи скрис суб форма:

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{n^2\hbar^2}{2mr^2}. \qquad (6.9)$$

Субституинд (6.9) ын (6.8), авем:

$$E=\frac{n^2\hbar^2}{2mr^2}\left(1-\frac{Ar^2}{r^\alpha}\right)+E_1+E_2, \qquad (6.10)$$

унде

$$A=\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2m}{n^2\hbar^2}.$$

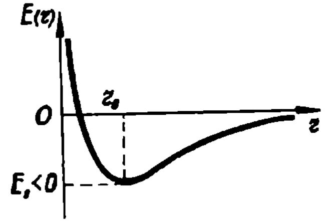
Калкулынд прима дериватэ а енержией (6.10) ын рапорт ку r ши егалынд-о ку зеро, обцинем, кэ функция $E(r)$ аре екстрем пентру $r=r_0$, унде

$$r_0=\left(\frac{2}{\alpha A}\right)^{\frac{1}{2-\alpha}}. \qquad (6.11)$$

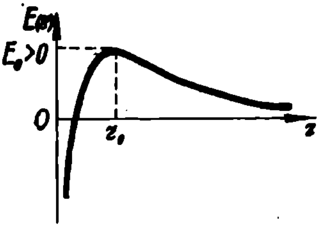
Ынлокуинд (6.11) ын (6.10) пентру $r=r_0$, авем:

$$E_0=E=\frac{n^2\hbar^2(\alpha-2)}{2m\alpha\left(\frac{2}{\alpha A}\right)^{\frac{2}{2-\alpha}}}. \qquad (6.12)$$

Деч, пентру $\alpha<2$ енерӂия есте негативэ ын ачест пункт



Фиг. 6.3



Фиг. 6.4

($r=r_0$), яр пентру $\alpha>2$ — позитивэ. Графичеле енерӂией ын амбеле казурь сынт репрезентате ын фиг. 6.3 ши 6.4.

Прин урмаре, пентру $\alpha>2$ ну поате екзиста ун систем стабил дин електрон ши нуклеу, деоаречe енерӂия есте минимэ пентру $r\to 0$, адикэ електронул ва кэдя пе нуклеу (фиг. 6.4). Дакэ $\alpha<2$, енерӂия есте минимэ пентру $r=r_0$ (фиг. 6.3). Ын казул атракцией кулониене ($\alpha=1$) дин (6.11) ши (6.12) обцинем:

$$r_{0n}=\frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{Zme^2}, \qquad (6.13)$$

$$E_{0n}=-\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\cdot\frac{Z^2me^4}{2n^2\hbar^2}, \qquad (6.14)$$

адикэ ам обцинут разеле орбителор луй Бор ши валориле енерӂиилор стэрилор стационаре але атомулуй.

Дакэ атракция динтре електронь ши нуклеу ар фи де аша натурэ, ынкыт $\alpha>2$, дин механика куантикэ ар рееши, кэ електроний ар требуи сэ кадэ пе нуклеу. Дакэ ар фи стабилите аша фел де систему стабиле, механика куантикэ с'ар афла фацэ де ачесте системе ынтр'о ситуацие асемэнэтоаре ку ситуация теорией луй Максуелл фацэ де моделул планетар ал атомулуй.

§ 33. Форце нуклеаре

Пентру а ынцележе май бине мэримя форцелор нуклеаре сэ калкулэм форцеле гравитационале, форцеле де интеракциуне електростатикэ, интеракциуне магнетикэ а протонилор че се мишкэ ын нуклеу ши форцеле нуклеаре. Интеракциуня магнетикэ динтре сарчинь есте де $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ орь май микэ декыт интеракциуня електростатикэ. Луынд ын консидераций фаптул кэ ын нуклеу витеза нуклонилор v есте май микэ декыт витеза луминий c, путем неглижа форцеле де интеракциуне магнетикэ ын рапорт ку форцеле кулониене.

Нотэ. Ын кондукторь $\frac{v}{c} \ll 1$. Ынсэ дой кондукторь паркуршь де курент акционязэ унул асупра алтуя даторитэ интеракциуний магнетиче. Ачаста се поате експлика прин фаптул кэ ла кондукторь липсеште ын ачест каз интеракциуня електростатикэ, деоарече кондукторий паркуршь де курент сынт електрик неутри.

Форца гравитационалэ динтре дой протонь, динтре дой неутронь сау динтре ун протон ши ун неутрон се детерминэ дупэ формула:

$$F_{гр} = G\frac{m^2}{r^2}. \qquad (6.15)$$

Ынлокуинд ын ачастэ формулэ валориле нумериче $G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$, $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, $r = 10^{-14}$ м, обцинем:

$$F_{гр} = 1{,}9 \cdot 10^{-34} \text{ Н}. \qquad (6.16)$$

Аич ам пресупус, кэ дистанца r динтре чентреле протонилор есте егалэ ку диаметрул нуклеулуй.

Форца де респинжере електростатикэ се детерминэ дупэ формула:

$$F_к = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \qquad (6.17)$$

унде $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{м}{Ф}$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $r = 10^{-14}$ м.

Ынлокуинд ачесте валорь нумериче, обцинем: $F_к \approx 2{,}3$Н.

Пентру а калкула форцеле нуклеаре $F_н$ вом аплика формула:

$$\Delta E = F_н \cdot \Delta l, \qquad (6.18)$$

унде Δl есте дистанца, ла каре акционязэ форцеле нуклеаре, адикэ $\Delta l \approx r = 10^{-14}$ м.

Мэримя ΔE репрезинтэ енержия, дегажатэ ын урма уней реакций нуклеаре конкрете.

Сэ консидерэм де екземплу реакция:

$$^9_4Be+^2_1H\rightarrow^{10}_5B+^1_0n. \qquad (6.19)$$

Ын физика нуклеарэ пентру мэсураря маселор партикулелор елементаре, нуклеелор ши атомилор десеорь се фолосеште о унитате спечиалэ де масэ — унитатя атомикэ де масэ (у.а.м.) сау унитатя атомикэ уникатэ де масэ (у.а.у.м.).

Унитатя атомикэ де масэ есте егалэ ку $\frac{1}{16}$ дин маса атомулуй де оксижен $^{16}_8O$, яр унитатя атомикэ уникатэ де масэ — ку $\frac{1}{12}$ дин маса атомулуй де карбон $^{12}_6C$:

$$1 \text{ у.а.м.} = 1{,}65976\cdot10^{-27} \text{ кг},$$

$$1 \text{ у.а.у.м.} = 1{,}66056\cdot10^{-27} \text{ кг}.$$

Маса нуклеулуй ^9_4Be есте: $m_A = 9{,}0150$ у.а.у.м., яр а нуклеулуй $^{10}_5B$ есте $m_B = 10{,}0161$ у.а.у.м. Маса нуклеулуй де хидрожен ^1_1H есте $m_C = 1{,}0078$ у.а.у.м., яр де хидрожен ^2_1H есте $m_D = 2{,}0144$ у.а.у.м.

Сума маселор ынаинте де реакцие $m_1 = m_A + m_D = 11{,}0294$ у.а.у.м., яр дупэ реакцие $m_2 = m_B + m_C = 11{,}0239$ у.а.у.м. Дефектул де масэ есте $\Delta m = m_1 - m_2 = 0{,}0055$ у.а.у.м.

Енержия дегажатэ, конформ релацией луй Айнштайн:

$$\Delta E = \Delta mc^2. \qquad (6.20)$$

Ынлокуинд ын (6.20) валориле нумериче ($c = 3\cdot10^8$ м/с, $\Delta m = 0{,}0055\cdot1{,}66\cdot10^{-27}$ кг), обцинем:

$$\Delta E = 82\cdot10^{-14} \text{ Ж}.$$

Дин формула (6.19) авем:

$$F_н = \frac{\Delta E}{\Delta l} = \frac{\Delta E}{r} \approx 82 \text{ Н}.$$

Деч, форцеле гравитационале пот фи неглижате ын рапорт ку форцеле кулониене ши нуклеаре. Деши форцеле кулониене сынт апроксиматив де 100 де орь май слабе декыт челе нуклеаре, еле ну пот фи неглижате, деоарече раза лор де акциуне есте май маре декыт раза де акциуне а форцелор нуклеаре. Ануме дин кауза респинжерий кулониене а протонилор се мик-

шорязэ енержия де легэтурэ спечификэ ын нуклеу ши деачея нуклееле греле девин май пуцин стабиле.

§ 34. Ынчетиниря неутронилор

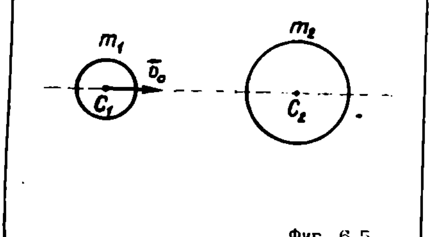
Ын ачест параграф вом демонстра, кэ ла чокниря абсолут еластикэ а сферелор ку ачеяш масэ аре лок трансмитеря чя май интенсэ а енержией чинетиче, фапт, каре есте менционат ын мануалул де физикэ пентру класа X.

◆ **Проблема 6.1.** Партикула ку маса m_1 (неутронул) се мишкэ ку витеза v_0 ши се чокнеште ку о алтэ партикулэ ку маса m_2, каре се афлэ ын репаус. Сэ се детермине депенденца вариацией релативе а енержией чинетиче а неутронулуй ын резултатул чокнирий луй абсолут еластиче ку партикула а доуа.

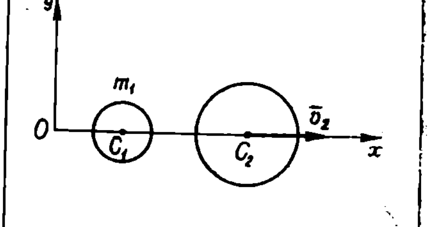
Резолваре. Пентру симплитате вом черчета ун каз партикулар, кынд витеза $\vec{v}_0$ есте ориентатэ де-а лунгул дрептей, че тречe прин чентреле де масэ але партикулелор (фиг. 6.5).

Дупэ чокниpe витезеле партикулелор вор фи ориентате дин ноу де-а лунгул дрептей C_1C_2, деоарече чокниря ачестор сфере есте чентралэ.

Витеза партикулей а доуа дупэ чокниpe $\vec{v}_2$ ва авя ачеяш дирекцие ка ши $\vec{v}_0$ (фиг. 6.6), яр витеза неутронулуй дупэ чокниpe $\vec{v}_1$ поате фи ориентатэ ка ши $\vec{v}_2$ сау ын дирекцие опусэ. Аич вом пресупуне, кэ дупэ чокниpe дирекция витезей $\vec{v}_1$ есте некуноскутэ (куноаштем нумай кэ еа есте ориентатэ де-а лунгул дрептей C_1C_2). Дакэ проекция витезей v_{1x} ва фи негативэ,



Фиг. 6.5



Фиг. 6.6

витеза $\vec{v}_1$ ва фи ориентатэ ын дирекцие опусэ витезей $\vec{v}_2$.

Вом скрие лежя консервэрий импулсулуй ачестуй систем механик суб форма:

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \qquad (1)$$

Системул дин ачесте доуэ партикуле поате фи консидерат ынкис, деоарече ла чокнире форцеле екстериоаре сынт мулт май мичь декыт форцеле де чокнире.

Проектынд екуация (1) пе акса x, обцинем:

$$m_1v_0 = m_1v_{1x} + m_2v_2, \qquad (2)$$

де унде

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2}(v_0 - v_{1x}). \qquad (3)$$

Ын урма чокнирий абсолут еластиче енерӂия чинетикэ се пэстрязэ:

$$\frac{m_1v_0^2}{2} = \frac{m_1v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}. \qquad (4)$$

Ын (4) ам луат ын консидераре, кэ $v_{1y} = 0$ ши, прин урмаре, $v_1^2 = v_{1x}^2$.

Ынлокуинд (3) ын (4), обцинем урмэтоаря екуацие пентру детерминаря рапортулуй $\gamma = \frac{v_{1x}}{v_0}$:

$$1 = \gamma^2 + (\gamma^2 - 2\gamma + 1)\frac{m_1}{m_2}. \qquad (5)$$

Резолвынд ачастэ екуацие ын рапорт ку γ, авем:

$$\gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = \frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1}. \qquad (6)$$

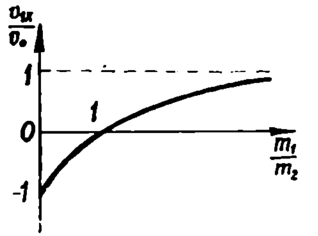
Прима рэдэчинэ $\gamma_1 = 1$ н'аре сенс физик, деоарече пентру орьче рапорт $\frac{m_1}{m_2}$ витеза неутронулуй ну вариязэ, адикэ н'аре лок чокниря.

Графикул депенденцей рэдэчиний а доуа де рапортул $\frac{m_1}{m_2}$ есте репрезентат ын фиг. (6.7).

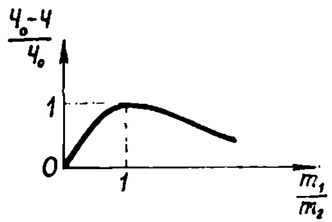
Пентру $\frac{m_1}{m_2} \to 0$ витеза неутронулуй дупэ чокнире рэмыне (ка модул) ачеяш, ка ши ынаинте де чокнире:

$$\frac{v_{1x}}{v_0} = -1, \quad v_{1x} = -v_0, \quad |v_{1x}| = v_1 = v_0, \qquad (7)$$

дар ышь скимбэ дирекция ын опусэ. Ачаста есте казул чокнирий абсолут еластиче а уней биле де ун перете ($m_2 \to \infty$). Пентру $\frac{m_1}{m_2}=1$ витеза неутронулуй дупэ чокнире есте егалэ ку зеро, деоарече $\frac{v_{1x}}{v_0}=0$ (фиг. 6.7). Ын ачест каз неутронул дупэ чокнире се афлэ ын репаус, яр партикула а доуа конформ формулей (3) се мишкэ ку витеза v_0. Кынд $\frac{m_1}{m_2} \to \infty$, рапортул $\frac{v_{1x}}{v_0}$ есте



Фиг. 6.7



Фиг. 6.8

егал ку унитатя (фиг. 6.7), адикэ витеза неутронулуй рэмыне ачеяш ка дирекцие ши модул. Ачест каз поате фи интерпретат ка чокниря неутронулуй ку ун електрон.

Сэ калкулэм акум вариация релативэ а енержией чинетиче а неутронулуй ын урма чокнирий:

$$\frac{Ч_0-Ч}{Ч_0}=1-\left(\frac{v_{1x}}{v_0}\right)^2=4\frac{\frac{m_1}{m_2}}{\left(\frac{m_1}{m_2}+1\right)^2}.$$

Графикул депенденцей $\frac{Ч_0-Ч}{Ч_0}$ де рапортул $\frac{m_1}{m_2}$ есте репрезентат ын фиг. 6.8.

Дин ачест график се веде, кэ пентру $\frac{m_1}{m_2}=1$ неутронул чедязэ тоатэ енержия са чинетикэ ($Ч=0$) партикулей, каре ынаинте де чокнире се афла ын репаус. Ку кыт май мулт диферэ маса партикулей а доуа де маса неутронулуй ку атыт май слабэ ва фи ынчетиниря неутронилор.

ЫНКЕЕРЕ

Мулць елевь ши абитуриенць ынтрябэ: «Оаре ла институт ярэш се студиязэ физика?» Ей сынт мираць кэ, ынвэцынд ын шкоалэ тоате компартиментеле физичий (де ла чинематикэ пынэ ла физика партикулелор елементаре), н'ау студият ынкэ тоатэ физика. Ын локул ынтребэрий де май сус путем аузи: «Че а май рэмас сэ студием дин физикэ?»

Кяр дакэ н'ам луа ын консидерацие фаптул кэ ын програма школарэ ну се студиязэ физика ноуэ (механика куантикэ, електродинамика куантикэ ш. а. м. д.), требуе сэ авем ын ведере кэ ын мажоритатя казурилор ын мануалеле дин школэ се студиязэ нумай казурь партикуларе але феноменелор физиче, мулте дефиниций ши лежь фиинд формулате пентру челе май симпле казурь. Спре регрет, ын мануале ну се менционязэ ынтотдяуна ачест лукру ши деачея се комит диферите грешель, кынд апликэм ачесте лежь ши дефиниций ла резолваря проблемелор май женерале.

Де екземплу, моментул форцей ын рапорт ку акса ын мануал (кл. VIII) се дефинеште ка «продусул динтре форцэ ши дистанца де ла линия ей де акциуне пынэ ла акса де ротацие». Дар ачастэ дефиницие есте валабилэ нумай пентру ун каз партикулар, кынд форца (линия ей де акциуне) есте ситуатэ ынтр'ун план перпендикулар пе аксэ. Дакэ вом акциона асупра мынерулуй уший ку о форцэ паралелэ ку акса уший, атунч уша ну се ва дескиде нич кынд. Орькыт де маре н'ар фи форца, моментул ей ын рапорт ку акса де ротацие а уший ва фи егал ку зеро, деши брацул форцей, аша кум есте дефинит ын мануал, есте диферит де зеро. Ла институт вець путя афла, кэ пентру а калкула моментул уней форце ын рапорт ку о аксэ оарекаре, требуе май ынтый сэ дучем ун план перпендикулар пе аксэ ши сэ проектэм форца пе ачест план. Апой сэ афлэм дистанца де ла пунктул де интерсекцие ал планулуй ку акса пынэ ла линия де акциуне а проекцией форцей (брацул ачестей проекций, май екзакт а компонентей форцей). Продусул динтре ачест брац ши модулул проекцией форцей ва фи егал

ку модулул моментулуй ын рапорт ку акса. Ын екземплул де май сус моментул форцей есте егал ку зеро, деоарече проекция форцей пе планул перпендикулар пе акса уший есте егалэ ку зеро. Тот ла институт вець афла кэ моментул форцей ын рапорт ку ун пункт оарекаре есте о мэриме векториалэ.

Ын електродинамикэ ун астфел де каз а фост менционат ын легэтурэ ку дефиниция капачитэций електриче а унуй кондуктор изолат. Сау сэ консидерэм дефиниция дин оптикэ: *«Лентилеле, ла каре мижлокул есте май грос декыт маржиниле се нумеск конверженте»*. Ачастэ дефиниције есте валабилэ нумай пентру казуриле, кынд индичиле де рефракцие ал материалулуй, дин каре есте конфекционатэ лентила, есте май маре декыт индичиле де рефракцие ал медиулуй, ын каре еа се афлэ. Ын каз контрар лентила ку мижлокул май грос декыт маржиниле ва фи диверженте.

Чититорий, каре вор сэ се окупе ку физика, ну требуе сэ рэмынэ дезамэжиць, ажунгынд ла студиеря партикулелор елементаре. Тотул деспре че-аць афлат ын шкоалэ ын реалитате е мулт май интересант ши май компликат. Ын орьче рамурэ а физичий сынт мулте лукрурь, че урмязэ сэ фие дескоперите. Сэ не оприм анч ла ун сингур екземплу. Ын мануал реферитор ла феноменул супракондуктибилитэций се дэ о сингурэ фигурэ ши ничи о формулэ. Ынсэ ын фиекаре ан деспре ачест феномен, каре де акум а девенит о рамурэ а физичий, се скриу мий де артиколе штиинцифиче ши ау фост едитате о мулциме де кэрць; ануал се организязэ конферинце унионале ши мондиале; институте ынтрежь се окупэ ку студиеря ачестуй феномен атыт дин пункт де ведере теоретик, кыт ши експериментал. Уна динтре челе май импортанте проблеме, каре се афлэ ын фаца физичиенилор, есте транспортул енержией електриче прин супракондуктоаре. Дакэ ачастэ проблемэ ва фи резолватэ, цара ноастрэ ва кыштига ануал милиарде де рубле. Ынсэ дин анул 1911 пынэ акум температура критикэ (температура де тречере ын старе де супракондуктибилитате) а фост ридикатэ нумай ку 20 де граде (де ла 4 К пынэ ла 24 К). Пентру ка сэ путем фолоси супракондуктоареле ла температура камерей температуралор критикэ требуе ридикатэ ынкэ ку 270 де граде. Кыте проблеме дин физикэ ынкэ аштяптэ сэ фие резолвате! Ауторул сперэ кэ мулте дин еле вор фи резолвате де чититорий кэрций де фацэ. Ши ануме де ачей, каре ау ынчепут сэ ынцелягэ коректь физика дин шкоалэ. Пе паркурсул ынтрежий кэрць ауторул с'а стэруит сэ ле ажуте ын ачаста елевилор, ануме ачест сфат а фост алес ын калитате де титлу ал кэрций.

Купринсул

Кэтре чититорь . . 3

1. Ынтродучере

§ 1. Абитуриентул шя физика 5
§ 2. Резолваря проблемелор де физикэ 9
§ 3. Калкуларя мэримилор медий 23
§ 4. Ролул интуицией ла резолваря проблемелор . . . 27

2. Меканика

§ 5. Пунктул материал 33
§ 6. Друмул паркурс ши депласаря . . . 36
§ 7. Репрезентаря графикэ а мишкэрий . . . 36
§ 8. Резолваря проблемелор де чинематикэ . . 39
§ 9. Статика 42
§ 10. Лежиле луй Ньютон 46
§ 11. Фрекаря 49
§ 12. Мишкаря пе чиркумферинцэ 54
§ 13. Лежиле консервэрий ын меканикэ . . . 60

3. Ликиде ши газе

§ 14. Пресиуня ликидулуй асупра фундулуй ши перецилор васулуй 69
§ 15. Форца Архимеде пентру ликиде ши газе 73

4. Физика молекуларэ. Феномене термиче

§ 16. Лежиле луй Бойл—Мариотт, Гей-Лусак, Шарл. Екуация де старе а газулуй идеал 81
§ 17. Кантитатя де кэлдурэ ши лукрул меканик ын термодинамикэ . 87
§ 18. Биланцул термик ши скимбаря стэрий де агрегаре а субстанцелор 92

5. Базеле електродинамичий

§ 19. Лежя луй Кулон 94
§ 20. Интенситатя кымпулуй електрик. Линиште де форцэ але кымпулуй електрик 96
§ 21. Лукрул ефектуат ла депласаря унеи сарчинь ынтр'ун кымп електрик. Потенциалул 102
§ 22. Конденсатоаре 112
§ 23. Легаря ын серие ши ын паралел а конденсатоарелор ши резистенцелор 117

§ 24. Амперметрул ши волтметрул 131
§ 25. Форца електромотоаре а сурсей де курент ши мэсураря ей . . 135
§ 26. Легаря елементелор ын серие ши ын паралел 137
§ 27. Регулиле луй Кирхгоф 140
§ 28. Лежя луй Жоул—Ленц 146
§ 29. Интеракциуня магнетикэ а куренцилор 148
§ 30. Лежя индукцией електромагнетиче: о леже сау о регулэ? . . 150

6. Физика атомикэ ши нуклеарэ

§ 31. Детерминаря дименсиунилор нуклеулуй атомик 154
§ 32. Примул постулат ал луй Бор 155
§ 33. Форце нуклеаре 158
§ 34. Ынчетниря неутронилор. 160
Ынкеере 163

МИРЧЯ КОНСТАНТИНОВИЧ КОЛПАЖИУ

ПРАВИЛЬНО ЛИ МЫ ПОНИМАЕМ ФИЗИКУ

(на молдавском языке)

Редактор П. Спиней.
Пиктор В. Драничер.
Редактор артистик Б. Брынзей.
Техноредакторь З. Кушниренко, В. Лашко.
Коректорь Л. Доготарь, К. Балашова.

ИБ N 2332.

Дат ла кулес 25. 09. 81.
Искэлит пентру типар 30.11.82.
Форматул 60×84 1/16. Хыртие де типар № 1. Гарнитурэ литерарэ. Типар ыналт.
Коль де типар конв. 9,99. Импр. кром. конв. 11,19.
Коль едиторнале 8, 65.
Тираж 4500. АБ 06168.
Прецул 45 коп. Команда № 788.

Едитура «Лумина»
Кишинэу, пр. Ленин, 180

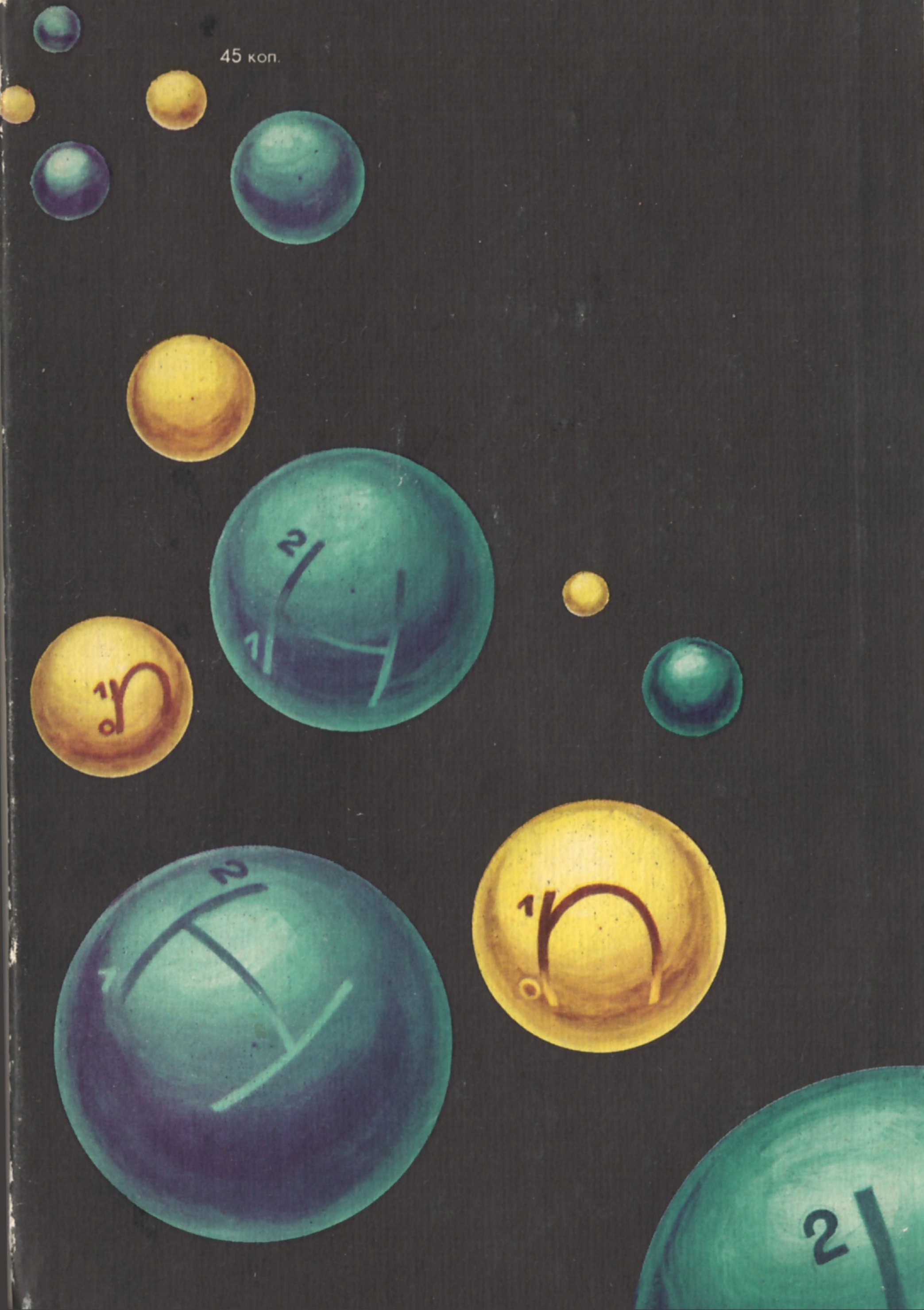
Типография Ченгралэ, Кишинэу, стр. Флорилор, 1. Комитетул де стат ал РСС Молдовенешть пентру едитурь, полиграфие ши комерцул ку кэрць.

Колпажиу М. К.

К 61 Сэ ынцележем корект физика.—Кишинэу: Лумина, 1982.—168 п., ил.

Картя де фаңэ комплектязэ материя дин мануалеле де физикэ пентру школа медие. Ын еа сынт експусе ынтребэрь ши методе де резолваре а проблемелор, каре презинтэ адеся дификултэць пентру елевь ши абитуриенць, сынт пусе ын дискуцие диферите аспекте де ла екзаменеле де адмитере ла физикэ.

Презента лукраре ва фи де ун реал фолос елевилор дин класеле супериоаре, ынвэцэторилор, студенцилор, аскултэторилор де ла курсуриле прегэтитоаре ши абитуриенцилор.

К $\frac{60501-210}{M752(12)-82}$ 138—82 4306010000 22.3

45 коп.